

СИСТЕМА ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ПРИ ОСВОЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»

В.А. Матвеева, Н.А. Самсикова

Аннотация. *Статья посвящена проблеме формирования профессиональных компетенций у студентов педагогического направления — будущих учителей математики. Профессиональная задача рассматривается как средство формирования профессиональных компетенций. В статье представлена система профессиональных задач, разработанная в рамках дисциплины «Алгебра и теория чисел». Представленная типология включает четыре вида задач, направленных на моделирование деятельности педагога в рамках изучаемой дисциплины. Следует отметить, что разработанная система задач направлена не только на проектирование умений педагога работать с учебным материалом (работа с определениями, теоремами и их доказательствами), но также и на формирование конструктивных (составление заданий по набору заданных индикаторов), творческих (решение нестандартных задач, задач на доказательство с последующей трансформацией) и коммуникативных (педагогические ситуации) умений.*

Ключевые слова: профессиональная подготовка будущего учителя математики, профессиональные компетенции, профессиональные задачи.

Для цитирования: Матвеева В.А., Самсикова Н.А. Система профессиональных задач как средство формирования профессиональных компетенций у будущих учителей математики при освоении дисциплины «Алгебра и теория чисел» // Преподаватель XXI век. 2023. № 4. Часть 1. С. 118–125. DOI: 10.31862/2073-9613-2023-4-118-125

© Матвеева В.А., Самсикова Н.А., 2023



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License
The content is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

THE SYSTEM OF PROFESSIONAL TASKS
AS A MEANS OF DEVELOPING PROFESSIONAL COMPETENCIES
FOR FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS
IN THE COURSE OF MASTERING THE DISCIPLINE
“ALGEBRA AND NUMBER THEORY”

V.A. Matveeva, N.A. Samsikova

Abstract. *The article deals with the problem of forming professional competencies in future teachers of mathematics. The professional task is considered as a means of forming professional competencies. The article presents a system of professional tasks developed in the framework of the discipline “Algebra and Number Theory”. The presented typology includes four types of tasks aimed at modeling the teacher’s activity within the discipline. It should be noted that the developed system of tasks is aimed not only at designing the teacher’s skills to work with the teaching material (work with definitions, theorems and their proofs), but also at forming constructive (composing tasks according to a set of given indicators), creative (solving non-standard tasks, proof tasks with subsequent transformation) and communicative (pedagogical situations) skills.*

Keywords: *professional training of the future teacher of mathematics, professional competencies, professional tasks.*

Cite as: Matveeva V.A., Samsikova N.A. The System of Professional Tasks as a Means of Developing Professional Competencies for Future Teachers of Mathematics in the Course of Mastering the Discipline “Algebra and Number Theory”. *Prepodavatel XXI vek. Russian Journal of Education*, 2023, No. 4, part 1, pp. 118–125. DOI: 10.31862/2073-9613-2023-4-118-125

Введение

Одним из важнейших требований к современному высшему образованию является формирование профессиональных компетенций, что подразумевает выполнение будущими специалистами трудовых функций, определенных профессиональным стандартом. Таким образом, погружение в профессиональную среду является одним из приоритетов в процессе получения высшего образования. Профессиональная задача становится важным элементом, моделирующим субъект-субъектные отношения педагогов и учащихся в парадигме гуманизации образования.

Говоря о подготовке будущего учителя математики, будем опираться на два основных нормативных документа, ре-

гламентирующих их подготовку. И речь, конечно же, идет о профессиональном стандарте ПЕДАГОГ, в котором указаны необходимые для учителя математики трудовые функции, и Федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования (ФГОС ВО) 3-го поколения, в котором закреплён компетентностный подход к обучению в вузе.

Среди требований к результатам освоения программы бакалавриата выделяют три группы компетенций: универсальные, общепрофессиональные и профессиональные. Третья группа компетенций носит вариативный характер, что вызывает дискуссии в научном педагогическом сообществе, но следует отметить, что формулировки профессиональных

компетенций приведены в примерных образовательных программах. Совершенно очевидно, что профессиональные компетенции обладают высокой степенью вариативности, чем и обусловлена сложность подбора педагогических средств по их формированию и оценке.

Цель статьи — представить систему профессиональных задач, направленных на формирование профессиональных компетенций у студентов — будущих учителей математики — в рамках изучения дисциплины «Алгебра и теория чисел».

Материал и методы исследования. Инструментом для формирования профессиональных компетенций в педагогических кругах принято считать профессиональные задачи, составление которых вызывает определенного рода дискуссии [1–3]. Под профессиональными задачами чаще всего понимают «систему смоделированных разноуровневых заданий по организации практической деятельности учителя на уроке» [4, с. 151]. Таким образом, профессиональные за-

дачи призваны моделировать ситуации по формированию трудовых действий учителя, в частности учителя математики. Но из этого следует, что в процессе подготовки только дисциплины методического блока обеспечивают формирование профессиональных компетенций.

Результаты исследования

На наш взгляд, такой подход позволяет раскрыть математическое образование только с позиции школьной математики, из чего следует, что в рамках специальной математической подготовки, которая осуществляется средствами дисциплин предметно-содержательного модуля (алгебра и теория чисел, математический анализ, геометрия и др.), формирования профессиональных компетенций не происходит. Однако моделирование педагогических ситуаций «педагог — ученик» возможно и при изучении математических дисциплин, например алгебры и теории чисел. Рассмотрим типологию профессиональных задач (см. табл. 1).

Таблица 1

Типология профессиональных задач

Виды задач	Пояснения
Задачи на проектирование умений	Достижение предметных результатов в контексте различных педагогических ситуаций (работа с определениями, формулировками теорем и их доказательствами, связь между разделами дисциплины). Задачи на доказательство, поиск ошибок в доказательстве.
Задачи на формирование конструктивного умения	Создание, интерпретация моделей. Установление межпредметных связей.
Задачи на развитие творческих умений	Решение задач различными способами. Доказательство утверждений.
Задачи на развитие коммуникативных умений	Разбор педагогических ситуаций.

Рассмотрим примеры профессиональных задач в сравнении со специальными задача-

ми курса «Алгебра и теория чисел». **Задание на проектирование умений** (см. табл. 2).

Таблица 2

Пример профессионального задания на проектирование умений

Специальная задача	Профессиональная задача
<p>Образует ли линейное пространство множество всех диагональных матриц третьего порядка</p> $A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix},$ $B = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix},$ <p>в котором определены сумма любых двух элементов A и B по правилу суммы двух матриц и произведение любого элемента A на любое число α по правилу произведения константы на матрицу?</p>	<p>Определите, верно ли выполнено задание? Аргументируйте свой ответ.</p> <p>Задача. <i>Образует ли линейное пространство множество всех диагональных матриц третьего порядка</i></p> $A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix},$ <p>в котором определены сумма любых двух элементов A и B по правилу суммы двух матриц и произведение любого элемента A на любое число α по правилу произведения константы на матрицу?</p> <p>Предложенное решение. <i>Рассмотрим множество диагональных матриц третьего порядка</i></p> $A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix},$ <p>1. $A + B = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} + b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} + b_{33} \end{pmatrix}$ — диагональная матрица</p> <p>2. $\alpha \cdot A = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha \cdot a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \cdot a_{33} \end{pmatrix}$ — произведение диагональной матрицы на число ($\alpha = const$) образует диагональную матрицу.</p> <p>Вывод: множество диагональных матриц образует пространство.</p>

121

Представленное задание требует специальных математических знаний как в первой, так и во второй формулировке.

Для решения специального задания от студента требуется знание определения линейного пространства, что подразумевает **проверку 8-и свойств**. В решении возможно также опираться на **критерий подпространства**, но предварительно необходимо обосновать возможность применения критерия, а именно показать, что исследуемое множество является **подмножеством линейного пространства**.

Решение же профессиональной задачи требует от студента не только специальных (фактических) знаний по дисциплине, но и определенных педагогических умений. В частности, студенту необходимо заметить, что в предложенном решении применен критерий подпространства, однако не указано, что исследуемое множество является подмножеством линейного пространства. Например, что множество диагональных матриц третьего порядка является подмножеством квадратных матриц третьего порядка, которое является линейным пространством.

В представленном ответе данное обоснование отсутствует. Формулировка ответа моделирует ситуацию ученик — учитель, ставя студента на позицию учителя. Таким образом, профессиональная задача — это «надзадача», т. е. практическая задача с применением теоретических знаний, в частности по специальным дисциплинам. В данном примере проектируется умение работы с определением понятия, моделируется педагогическая ситуация.

Рассмотрим еще один пример (см. табл. 3).

Помимо умения проводить анализ решенных заданий, учитель зачастую сталкивается с необходимостью доказывать ученику несостоятельность или нерациональность его решения. Умение находить аргументы, опираясь строго на теорию, требует от учителя знания дисциплины и ее методов на высоком уровне.

Таблица 3

Пример профессионального задания на проектирование умений (усвоение методов решения задач по теме)

Специальная задача	Профессиональная задача
<p>Найдите нормированный многочлен 4-ой степени с действительными коэффициентами</p> $f(x) = (x - 2)^2(x - 3)(x + 1).$	<p>Студент 1 курса получил задание: Найдите нормированный многочлен 4-ой степени с действительными коэффициентами $f(x) = (x - 2)^2(x - 3)(x + 1)$. и предложил следующее решение:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> $\begin{aligned} (x-2)^2 \cdot (x-3) \cdot (x+1) &= (x^2 - 4x + 4)(x^2 - 2x - 3) = \\ &= x^4 + (-2-4)x^3 + (-3+8+4)x^2 + (12-8)x - 12 = \\ &= x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 4x - 12. \end{aligned}$ </div> <p>Предложите студенту другой способ решения этого задания.</p>

122

В представленном примере для решения **профессиональной задачи** необходимо:

- 1) проверить правильность выполненного решения;
- 2) предложить концептуально другой способ решения (от последовательности раскрытия скобок способ не изменится).

Глубокое знание теории позволяет учителю демонстрировать разные способы решения, что способствует формированию педагогического мастерства, проявлению творчества в педагогической деятельности. В данном случае знание обобщенной теоремы Виета поможет

продемонстрировать другой подход в решении этого задания. В данной профессиональной задаче речь не идет о рациональности способа, профессиональных привычках и др. Речь идет о формировании определенных математических понятий у студентов, школьников и подборе соответствующих этой цели заданий и способов их решения. Задачи в математике могут быть решены различными способами, но именно этот выбор переводит нас в плоскость освоения определенного математического знания обучающимися.

Следует обратить внимание на тот факт, что каждая из представленных про-

фессиональных задач требует **коммуникативных умений от педагога**.

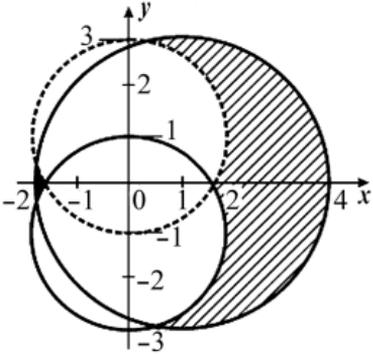
Задание на формирование конструктивных умений (см. табл. 4).

Одним из важнейших умений является применение математических методов в решении прикладных задач, а также применение математической теории

в различных разделах науки. И на этом пути, по нашему убеждению, важным является моделирование ситуации неоднозначности. Ведь «поиск решений» происходит именно тогда, когда нет ориентиров на какую-то конкретную теорию, есть только задача или модель и наши знания.

Таблица 4

Пример профессионального задания на формирование конструктивных умений

Специальная задача	Профессиональная задача
Решите систему неравенств $\begin{cases} z - 1 \leq 3 \\ z + i \geq 2 \\ z - i \geq 2 \end{cases}$	Составьте задачу к рисунку 

В данном примере специальной задачи представлена система неравенств, графическое решение которой несложно продемонстрировать на комплексной плоскости. В профессиональной задаче представлена графическая модель, которую студент может интерпретировать различным образом: 1) студент может вспомнить теорию множеств, которую изучал в различных курсах («Алгебра и теория чисел», «Математический анализ» и др.) и составить задание, проверяющее знание операций между множествами; 2) более внимательный студент заметит систему координат и может составить систему неравенств с двумя переменными; 3) также студент может вспомнить теорию комплексных чисел и составить си-

стему неравенств с комплексными числами, указав при этом, что ось абсцисс Ox — действительная, а ось ординат Oy — мнимая.

Проектирование заданий должно сопровождаться предметной и педагогической составляющими, т. е. при составлении задания математическая теория не должна искажаться, быть уместной; должна прослеживаться педагогическая цель.

Задание на формирование творческих умений (см. табл. 5).

К данному типу задач можно отнести проблемно-исследовательские задачи, решение которых может находиться в различных плоскостях. Решение таких задач помогает убедиться в системности полученных знаний.

Таблица 5

Пример профессионального задания на проектирование творческих умений

Специальная задача	Профессиональная задача
При каких натуральных n число $n^4 + 4$ является простым числом?	Найдите все значения натурального числа n , при котором число $n^4 + 4$ является простым. <i>Аргументируйте свой ответ. Является ли неполная индукция методом доказательства? Почему? Измените задание так, чтобы его смог решить ученик 8 класса.</i>

Очевидно, что неполная индукция не справится с вопросом данной задачи. Несмотря на то, что задание из раздела «Теория чисел», решить его может и школьник, знающий формулы сокращенного умножения и умеющий решать квадратные уравнения. В данном случае студент, будущий учитель математики, помимо математической теории должен понимать особенности построения школьного курса математики.

Задание на развитие коммуникативных умений (см. табл. 6).

Следует заметить, что каждая из рассмотренных нами задач способствует развитию коммуникативных умений будуще-

го учителя математики. В каждой задаче нам необходимо было объяснить, аргументировать, предложить другой способ решения и др.

К данному типу задач мы относим педагогические ситуации, не требующие математического решения, но помогающие педагогу понять и при необходимости скорректировать позицию студента, поделившись своим видением.

Однако мы выделили этот тип задач, поскольку в процессе обучения математике часто возникают вопросы, не требующие математического решения, но тем не менее нуждающиеся в обсуждении.

Таблица 6

Пример профессионального задания на проектирование коммуникативных умений

Специальная задача	Профессиональная задача
Делится ли нацело многочлен $f(x) = x^{100} + 3x^{79} + x^{48} - x^{27}$ на $x + 1$?	Студент получил следующее задание. Делится ли нацело многочлен $f(x) = x^{100} + 3x^{79} + x^{48} - x^{27}$ на $x + 1$? В ответе он написал, что для решения необходимо применить схему Горнера и сделать это возможно с применением компьютерных технологий, поскольку степень многочлена слишком высокая. Прокомментируйте ответ студента.

Заключение

Таким образом, представленная нами система профессиональных задач является инструментом, направленным на проектирование умений учителя математики работать с учебным материалом; подбирать решения в соответствии с поставленной педагогической

целью; составлять задания, соответствующие набору заданных признаков; решать задачи различными способами; решать нестандартные задачи с последующим преобразованием её условия; аргументировать ответ, опираясь на предметные знания и знания дисциплин методического блока.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Матвеева, В.А., Самсикова, Н.А.* Метод заблуждений в обучении математике // Преподаватель XXI век. 2022. № 3–1. С. 122–128.
2. *Самсикова, Н.А., Стефанова, Н.Л.* Роль ситуационных задач в методической подготовке будущих учителей математики // Казанский педагогический журнал. 2017. № 1 (120). С. 56–60.
3. *Шутикова, М.И., Матвеева, В.А.* Метод сквозных задач при формировании ИКТ-компетентности у будущих учителей начальных классов // Преподаватель XXI век. 2021. № 1–1. С. 133–140.
4. *Толетова, М.К., Лямин, А.Н.* Профессиональные задачи в методической подготовке учителя // Высшее образование в России. 2010. № 1. С. 151–153.

REFERENCES

1. Matveeva, V.A. Metod zabluzhdenij v obuchenii matematike [The Method of Delusions in Teaching Mathematics], *Prepodavatel XXI vek* = Russian Journal of Education, 2022, No. 3–1, pp. 122–128. (in Russ.)
2. Samsikova, N.A., Stefanova, N.L. Rol situacionnyh zadach v metodicheskoj podgotovke budushchih uchitelej matematiki [The Role of Situational Problems in Methodical Training of Future Mathematics Teachers], *Kazanskij pedagogicheskij zhurnal* = Kazan Pedagogical Journal, 2017, No. 1 (120), pp. 56–60. (in Russ.)
3. Shutikova, M.I. Metod skvoznih zadach pri formirovanii IKT-kompetentnosti u budushchih uchitelej nachalnih klassov [The Method of Cross-Cutting Tasks in Forming ICT-Competence of Future Elementary School Teachers], *Prepodavatel XXI vek* = Russian Journal of Education, 2021, No. 1–1, pp. 133–140. (in Russ.)
4. Toletova, M.K. Professionalnye zadachi v metodicheskoj podgotovke uchatelya [Professional Tasks in the Methodological Teacher Training Program], *Pedagogika vysshej shkoly* = Higher School Pedagogy, 2010, No. 1, pp. 151–153. (in Russ.)

Матвеева Валентина Александровна, кандидат педагогических наук, доцент, кафедра математики, Сахалинский государственный университет, matveeva89.ru@mail.ru

Valentina A. Matveeva, PhD in Education, Associate Professor, Mathematics Department, Sakhalin State University, matveeva89.ru@mail.ru

Самсикова Наталья Алексеевна, кандидат педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой математики, Сахалинский государственный университет, n.samsikova@mail.ru

Natalya A. Samsikova, PhD in Education, Associate Professor, Mathematics Department, Chairperson, Sakhalin State University, n.samsikova@mail.ru

Статья поступила в редакцию 17.04.2023. Принята к публикации 28.07.2023
The paper was submitted 17.04.2023. Accepted for publication 28.07.2023