

5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания

ТЕХНОЛОГИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ МАСТЕРСКОЙ В ИЗУЧЕНИИ МЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ МАТЕМАТИКИ

О.В. Макеева, Е.П. Минеева

Аннотация. Статья посвящена проблеме повышения качества подготовки будущих учителей математики. Рост эффективности учебной работы студентов предполагается за счет включения в предметную математическую подготовку элементов профессионализирующей деятельности. Предлагается идея и разработка содержания педагогической математической мастерской по изучению элементов теории метрических пространств будущими учителями математики в рамках дисциплины «Теория функций действительного переменного». Содержание работы является обобщением результатов совместного исследовательского проекта преподавателя и студента, посвященного изучению проблем освоения курса «Теория функций действительного переменного» в контексте включения его содержания в будущую предметную педагогическую деятельность учителя математики.

Ключевые слова: практико-ориентированный подход в обучении, профессионализирующая деятельность в педагогическом математическом образовании, технология педагогической математической мастерской, расстояние в метрических пространствах

Для цитирования: Макеева О.В., Минеева Е.П. Технология педагогической мастерской в изучении метрических пространств будущими учителями математики // Преподаватель XXI век. 2025. № 4. Часть 1. С. 149–161. DOI: 10.31862/2073-9613-2025-4-149-161

149

TECHNOLOGY OF PEDAGOGICAL WORKSHOP IN THE STUDY OF METRIC SPACES BY FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

O.V. Makeeva, E.P. Mineeva

Abstract. The article is devoted to the problem of improving the quality of training for future mathematics teachers. The increase in the effectiveness of students' academic work is expected due to the inclusion of elements of professionalizing activities in the subject mathematical training. The idea and development of the content of a pedagogical mathematical workshop on the study of elements of the theory of metric spaces by

© Макеева О.В., Минеева Е.П., 2025



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License
The content is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

future mathematics teachers within the framework of the subject of «Theory of functions of a real variable» is proposed. The content of the paper is a summary of the results of a joint research project between a teacher and a student dedicated to studying the problems of mastering the course of «Theory of functions of a real variable» in the context of including its content into the future subject pedagogical activity of a mathematics teacher.

Keywords: *practice-oriented approach in teaching, professionalizing activity in pedagogical mathematical education, technology of a mathematical workshop, distance in metric spaces*

Cite as: Makeeva O.V., Mineeva E.P. Technology of Pedagogical Workshop in the Study of Metric Spaces by Future Teachers of Mathematics. *Prepodavatel XXI vek*. Russian Journal of Education. 2025, No. 4, part 1, pp. 149–161. DOI: 10.31862/2073-9613-2025-4-149-161

Практико-ориентированный подход по праву рассматривается как одно из эффективных средств повышения качества подготовки специалистов в системе высшего образования. При этом речь идет не только и не столько об увеличении количества часов практик, сколько о повышении интенсивности предметной подготовки специалистов за счет включения в нее элементов профессионализирующей деятельности [1, с. 60]. Не является исключением и обучение учителей математики.

Предметная подготовка будущего учителя математики осуществляется в рамках многих учебных курсов. Математический анализ без преувеличения можно рассматривать как базовую дисциплину, необходимую для формирования культуры математического языка и освоения методов построения и применения математического знания. Продолжением курса анализа на более высоком уровне обобщения и абстракции является курс теории функций действительного переменного (ТФДП). Небольшой объем часов, который традиционно отводится на изучение данного раздела, и специфика работы учителя математики требуют специальной разработки содержания этой дисциплины для студентов педагогического направления подготовки — содержания, отличающегося от классического курса ТФДП [2].

В отличие от математического анализа, который изучается на младших курсах педагогических вузов, теория функций действительного переменного осваивается студентами позднее, когда они уже имеют представление о математике высшей школы и готовы анализировать школьную математику с «высоты» своей подготовки. В этот период особенно актуализируется возможность студента находиться в дуальной позиции «ученика, который объективно познает новое, и <...> учителя, организующего этот процесс» [3]. Поэтому курс теории функций действительного переменного обладает значительным потенциалом реализации практико-ориентированного подхода в обучении будущего учителя с профилем «Математика» за счет объективной возможности включения в процесс освоения предметного содержания элементов профессионализирующей деятельности [4]. Хорошим содержательным примером реализации такого подхода может служить изучение понятия «расстояние» в теории метрических пространств.

Включение элементов профессионализации в ткань образовательного процесса накладывает определенные требования на характер организации учебной работы студентов. Пожалуй, лучшую возможность для приобретения знаний в данной ситуации обес-

личивает «деятельностный путь, когда знания обучающийся добывает сам в результате опыта и дальше применяет их в виде умений и навыков» [5, с. 52]. Этот подход базируется на применении профессионально-ориентированных технологий обучения. Автор предлагает использовать уже апробированную ранее [3] технологию педагогической математической мастерской [6].

Для описания идеи практико-ориентированного подхода в подготовке будущих учителей математики будем использовать схему (рис. 1), которую в качестве инструмента организации психолого-педагогической работы предлагает С.Д. Поляков [7].

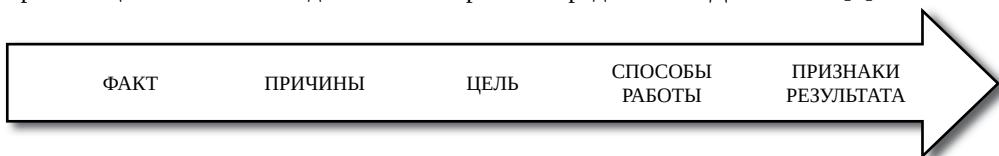


Рис. 1. Схема организации психолого-педагогической работы С.Д. Полякова

Развернутый вариант применения схемы (см. рис. 1) представим в форме таблицы (табл. 1).

Таблица 1

Схема реализации практико-ориентированного подхода в обучении будущего учителя математики

№ п/п	Наименование позиции	Описание позиции
1	Факт	У студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки) с профилем «Математика» в результате изучения темы «Метрические пространства» в рамках дисциплины «Теория функций действительного переменного» не формируется представление о единстве и взаимосвязи содержательной линии «Расстояние» школьного курса математики и теории метрических пространств
2	Причины	Отсутствие готовых дидактических и методических материалов для курса ТФДП, отвечающих требованию практико-ориентированного подхода в обучении будущих учителей математики
3	Цель	<p>Разработать фрагмент содержания темы «Метрические пространства» дисциплины ТФДП, направленный на формирование представлений:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="360 1344 1023 1363">▪ о непрерывности математического образования (задача А); <li data-bbox="360 1363 1023 1395">▪ о преемственности различных уровнях математического образования (задача Б); <li data-bbox="360 1395 1023 1412">▪ о развитии понятия «Расстояние» в курсе математики (задача В)
4	Способы работы	Организовать работу по изучению темы «Метрические пространства», используя технологию педагогической математической мастерской, включая в нее предметные математические и педагогические задачи, направленные на достижение поставленной цели
5	Признаки результата	Содержательное участие студентов в работе мастерской. Аргументированное участие в обсуждении дискуссионных вопросов (см. задания 2, 7)

Педагогическая математическая мастерская**Цели мастерской:**

- в области математического образования — систематизировать и углубить представления обучающихся о понятии «расстояние», его фундаментальном характере и присутствии в различных разделах математики; развивать представления обучающихся о единстве и универсальности математического знания;
- в области педагогического образования — способствовать формированию мотивации к профессиональному подходу освоения математического знания; способствовать получению опыта деятельностиного освоения нового математического содержания; создать условия, моделирующие погружение в среду предметной педагогической деятельности учителя математики.

Предполагаемые образовательные результаты мастерской**Предметные:**

- с позиций математического образования — изучение основных понятий теории метрических пространств: метрика, метрическое пространство, расстояние между точками метрического пространства, расстояние от точки до множества в метрическом пространстве, расстояние между множествами в метрическом пространстве; получение опыта по использованию понятий теории метрических пространств на примере множества точек плоскости с метриками $\rho_1, \rho_2, \rho_\infty$;
- с позиций педагогического образования — систематическое повторение содержания темы «Расстояние» в курсе математики начальной и основной школы, в курсе алгебры и геометрии основной и старшей школы; формирование представления о преемственности и непрерывности математического образования.

Метапредметные:

- с позиций математического образования — углубление представлений о взаимосвязи аналитического и геометрического подходов к получению математических результатов; освоение эвристических приемов, в том числе по переформулированию задачи;
- с позиций педагогического образования — получение практического опыта применения различных методов обучения на дидактическом материале принципиально нового для студентов математического содержания.

Личностные:

получение опыта активного освоения математического знания и опыта учебной рефлексии; создание прецедента соединения двух мыследеятельностных позиций: «учитель — ученик» и перехода из одной позиции в другую в процессе математического (со)творчества.

Основное содержание мастерской

Мастерская представляет собой краткосрочный проект, посвященный решению математических и профессионализирующих задач в студиях — микрогруппах. В ходе работы мастерской ожидается создание коллективного учебно-методического материала. По результатам участия проводится самооценка, взаимная оценка и оценка преподавателем проделанной работы и полученного продукта.

Продолжительность работы: четыре академических часа аудиторной работы и четыре академических часа внеаудиторной самостоятельной работы.

Этапы работы мастерской**1. Ориентировочно-мотивационный этап (10 минут).**

Формулировка темы, описание формата работы, постановка цели и задач мероприятия. Формирование студий, описание структуры мастерской.

2. Этап работы с учебной литературой (35 минут).

Актуализация содержательной линии «Расстояние» школьного курса математики. Каждая студия выполняет работу с предложенным набором учебников некоторого конкретного уровня образования [8–11], [12–13], [14–16], [17–19], [20–21].

Задание 1. Ознакомьтесь со структурой учебника по математике. Выберите разделы, содержащие информацию по теме «Расстояние». Ознакомьтесь с содержанием отобранного материала, заполните таблицы 2, 3. Каждый пункт таблицы сопроводите примером формулировки задания, определения, утверждения, добавляя скриншоты или фотографии.

Таблица 2

**Теоретический компонент
содержательной линии «Расстояние» школьного курса математики**

№ п/п	Класс	Понятие	Определение понятия	Примечание

Таблица 3 153

**Компонент деятельности обучающихся
содержательной линии «Расстояние» школьного курса математики**

№ п/п	Класс	Объекты изучения (название реального или математического объекта)	Визуальные образы объектов	Операции с понятием «расстояние»	Инструменты для выполнения операций	Примечание

3. Этап обсуждения результатов работы с учебной литературой (20 минут).

Обсуждение предложенных студиями фрагментов таблиц 2, 3 и иллюстрирующих примеров. Обсуждение взаимосвязи теоретического компонента содержательной

линии «Расстояние» школьного курса математики и характера деятельности, предложенной ученикам по его освоению. Обсуждение трансформации содержания учебного материала при продвижении внутри одного уровня образования; при переходе на новый уровень образования.

Задание 2. Выполните презентацию материала по результатам выполнения задания 1. Примите участие в коллективном обсуждении дискуссионных вопросов.

• Можно ли говорить о преемственности различных уровней математического образования в рамках содержательной линии «Расстояние» школьного курса математики? Если да, то в чем она выражается?

• Можно ли говорить о развитии понятия «расстояние» в рамках содержательной линии «Расстояние» школьного курса математики? Если да, то в чем оно выражается?

4. Этап знакомства с новым математическим содержанием (10 минут).

Эвристическая беседа о необходимости расширения понятия «расстояние» в связи с потребностями практики. Устная коллективная фронтальная работа по освоению базовых понятий теории метрических пространств (по учебной презентации или учебнику):

- метрика;
- расстояние;
- метрическое пространство;
- расстояние от точки до множества в метрическом пространстве;
- расстояние между множествами в метрическом пространстве.

Задание 3. Приведите примеры из школьного курса математики, иллюстрирующие понятия теории метрических пространств.

5. Этап погружения в новое математическое содержание (15 минут).

Письменная коллективная фронтальная работа по освоению примеров метрических пространств на примере множества точек плоскости с метриками ρ_2 , ρ_1 , ρ_∞ . Индивидуальная запись решения в тетрадях.

Кейс-задание 4.1. На координатной плоскости Oxy изобразите точки $A(-2; -1)$ и $B(4; 7)$. Изобразите, измерьте и вычислите расстояние между точками A и B в метрических пространствах (\mathbb{R}^2, ρ_2) , (\mathbb{R}^2, ρ_1) , $(\mathbb{R}^2, \rho_\infty)$.

6. Этап освоения нового математического содержания в деятельности (45 минут).

Групповая работа в студиях. Индивидуальная запись решения в тетрадях. По ходу решения возможно применение инструментов компьютерной математики, например динамической математической программы GeoGebra.

Кейс-задание 4.2. На координатной плоскости Oxy изобразите точки $A(-2; -1)$ и $B(4; 7)$. Изобразите множество точек, равноудаленных от точек A и B , в метрических пространствах (\mathbb{R}^2, ρ_2) , (\mathbb{R}^2, ρ_1) , $(\mathbb{R}^2, \rho_\infty)$.

Кейс-задание 4.3. На координатной плоскости Oxy изобразите точки $A(-2; -1)$ и $B(4; 7)$. Изобразите окружность, построенную на отрезке AB как на диаметре, в метрических пространствах (\mathbb{R}^2, ρ_2) , (\mathbb{R}^2, ρ_1) , $(\mathbb{R}^2, \rho_\infty)$. Предварительно выделите этапы решения задачи.

Кейс-задание 5.1. На координатной плоскости Oxy изобразите точку $A(-2; -1)$. Изобразите и измерьте в метрических пространствах (\mathbb{R}^2, ρ_2) , (\mathbb{R}^2, ρ_1) , $(\mathbb{R}^2, \rho_\infty)$ расстояние от точки A до координатной оси: а) Ox ; б) Oy .

Кейс-задание 5.2. На координатной плоскости Oxy изобразите точку $A(-2; -1)$. Вычислите в метрических пространствах (\mathbb{R}^2, ρ_2) , (\mathbb{R}^2, ρ_1) , $(\mathbb{R}^2, \rho_\infty)$ расстояние от точки A до координатной оси: а) Ox ; б) Oy . Аналитически опишите нахождение элемента метрического пространства, на котором достигается это расстояние. Проиллюстрируйте решение, используя аппарат теории элементарных функций.

Кейс-задание 6.1.* Предложите идею иллюстрации вычисления расстояния от точки до множества в метрических пространствах (\mathbb{R}^2, ρ_2) , (\mathbb{R}^2, ρ_1) , $(\mathbb{R}^2, \rho_\infty)$ на примере расстояния от точки до прямой. Рассмотрите случаи, когда: а) прямая параллельна одной из координатных осей; б) прямая пересекает каждую из координатных осей под углом, отличным от нуля.

Кейс-задание 6.2.* Предложите идею решения задачи 5.1 с применением инструментов математического анализа.

7. *Этап презентации результатов работы студий* (30 минут).

Представление и комментирование фрагментов решения студиями задач предыдущего этапа. Коллективное фронтальное обсуждение предложенного решения.

Задание 7. Выполните презентацию решения задачи. Примите участие в коллективном обсуждении дискуссионных вопросов.

• Можно ли говорить о преемственности школьного и вузовского уровней математического образования в рамках содержательной линии «Расстояние»? Если да, то в чем она выражается?

• Можно ли говорить о развитии понятия «расстояние» при переходе от школьного курса к вузовскому курсу математики? Если да, то в чем оно выражается?

8. *Этап рефлексии* (15 минут).

Самооценка, взаимная оценка и оценка преподавателя деятельности групп в соответствии с заданными критериями. Комментарии к занятию в целом. Формулировка домашнего задания.

Задание 8. Оцените результаты своего участия в работе мастерской, описывая по десятибалльной шкале предложенные позиции.

1. Общее впечатление от участия в работе мастерской.
2. Личная включенность в работу мастерской.
3. Оправданность ожиданий от участия в работе мастерской.
4. Привлекательность технологии мастерской.
5. Желание применять технологию мастерской в будущей профессиональной деятельности.
6. Освоение технологии мастерской.
7. Сложность математических заданий.
8. Нестандартность математических заданий.
9. Освоение математического содержания мастерской.
10. Сложность профessionализирующих заданий.
11. Нестандартность профessionализирующих заданий.
12. Освоение профessionализирующего содержания мастерской.

155

Анализ работы мастерской

Сопоставляя этапам реализации проекта обобщенные этапы педагогической мастерской [22] (табл. 4), можно увидеть, что по ходу работы наблюдается двукратное повторение цикла педагогической мастерской.

**Схема реализации проекта по изучению темы
«Метрические пространства» будущими учителями математики
в формате педагогической математической мастерской**

№ п/п	Этап проектной работы	Продолжительность этапа, мин	Обобщенный этап педагогической мастерской
1	Ориентировочно-мотивационный этап	10	Индукция
2	Этап работы с учебной литературой	35	Самоиндукция — социоконструкция
3	Этап обсуждения результатов работы с учебной литературой	20	Разрыв — рефлексия
4	Этап знакомства с новым математическим содержанием	10	Индукция
5	Этап погружения в новое математическое содержание	15	Индукция — самоиндукция
6	Этап освоения нового математического содержания	45	Социоконструкция
7	Этап презентации результатов работы студий	30	Разрыв
8	Этап рефлексии	15	Рефлексия

Первый цикл (индукция — самоиндукция — социоконструкция — разрыв — рефлексия) связан с изучением контекста темы «Расстояние» в школьном курсе математики. Второй — с построением нового знания по этой теме в рамках теории метрических пространств. Зафиксировано наложение двух обобщенных этапов педагогической мастерской в рамках одного этапа проектной работы, что является вполне допустимым и естественным для технологии мастерской.

Анализируя работу студийцев над предложенными заданиями, опишем их результаты и некоторые выводы. Задание 1 выполнялось с использованием печатных учебников, имеющихся в читальном зале библиотеки вуза. По результатам выполнения задания студентами были заполнены гугл-таблицы, размещенные в ЭОС вуза. Анализ результатов показал наличие ошибок в использовании понятия «объект». Так, в 57% случаев не различались объекты и их характеристики. Например, объект «отрезок» заменяется своей характеристикой — «длина отрезка». Целесообразно данное задание выполнять вне аудитории, а его результаты (задание 2) обсуждать на занятии.

Задание 3 как результат традиционной формы изучения нового материала в формате эвристической беседы после выполнения предыдущих заданий не вызвал у студентов затруднений. Из разработанных авторских кейс-заданий выполнялись только задания 4.1–4.3. В каждом из кейсов студии работали в новой метрике. Материалы решения были оформлены с помощью гугл-презентации и размещены в ЭОС вуза. По результатам обсуждения работы участниками мастерской (задание 7) такое распределение заданий признано нецелесообразным. Сам стиль работы мастерской предполагает по-

гружение. Большего эффекта можно ожидать от поэтапной работы. На первом этапе коллективно выполнить задания 4.1–4.3 в евклидовой метрике (\mathbb{R}^2, ρ_2). Далее организовать работу студий над теми же заданиями в метриках (\mathbb{R}^2, ρ_1) и/или ($\mathbb{R}^2, \rho_\infty$).

Кейсы 5.1–5.2 и 6.1–6.2, содержащие задания на продвинутом и высоком уровнях сложности, могут быть предложены для домашней работы и оформлены в виде стеновых докладов.

Результаты рефлексии участников мастерской (задание 8) приведены в виде диаграммы (рис. 2). В целом они демонстрируют высокую оценку студентов своего участия в проекте и очевидный дефицит времени для качественного освоения самой технологии мастерской.

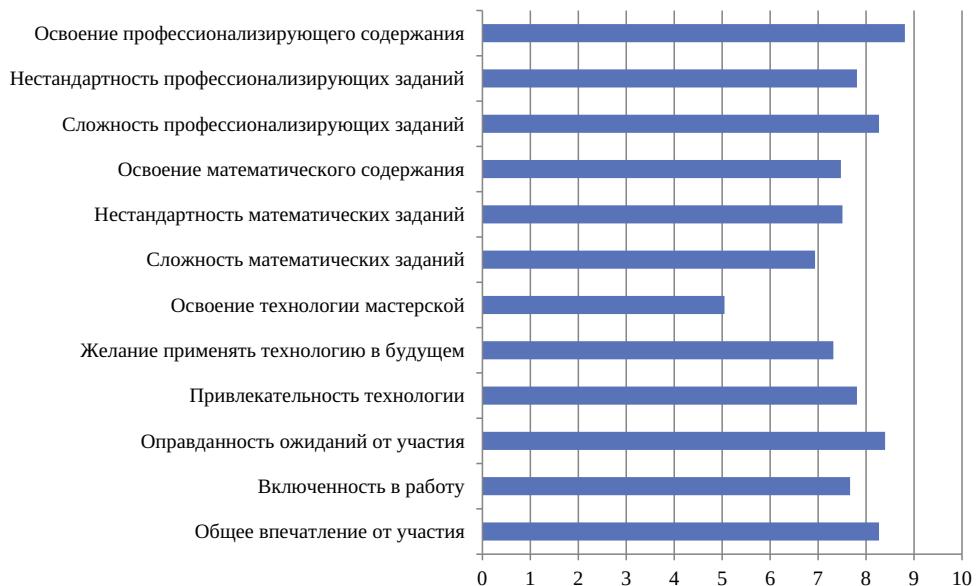


Рис. 2. Результаты рефлексии участия в работе педагогической математической мастерской (средние значения в баллах)

Описанный в работе авторский опыт разработки содержания и организации предметной математической подготовки будущих учителей математики с применением технологии педагогической математической мастерской, включающей элементы профессионализирующей деятельности студентов, оказался успешным. Эксперимент был проведен на базе Ульяновского государственного педагогического университета имени И.Н. Ульянова. В проекте участвовали студенты 3-го курса направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили «Физика. Математика». Выделенные в качестве признаков достижения результата содержательное участие студентов в работе мастерской и аргументированное участие в обсуждении дискуссионных вопросов подтверждают достижение элементов поставленной цели.

Подтверждение находят и гипотезы, описанные в форме компонентов схемы реализации практико-ориентированного подхода в обучении будущего учителя математики: *причина несформированности у будущих учителей математики представлений*

о преемственности различных уровней математического образования на примере конкретных математических понятий может быть связана с отсутствием специальных дидактических и методических материалов. Разработка таких материалов является очень трудоемкой. Внедрение их в программу предметной подготовки учителя требует немалых специальных усилий от преподавателей математических дисциплин высшей педагогической школы. Решение проблемы может быть организовано несколькими способами. Один из них – накопление и обобщение индивидуального опыта преподавателей педагогических вузов, аналогичный тому, что представлен в настоящей работе.

Отдельно стоит отметить, что такая работа может быть проведена с привлечением самих студентов — будущих учителей математики. Так, описанный в работе проект является обобщением совместной исследовательской работы преподавателя математического и функционального анализа педагогического вуза и будущего учителя математики [23].

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Латышева Л.П., Скорнякова А.Ю., Черемных Е.Л. Профессионализирующая деятельность студентов математического факультета педвуза и методическая компетентность будущего учителя // Гуманитарные науки и образование. 2020. Т. 11. № 1 (41). С. 58–71.
2. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М. Изучение теории метрических пространств // Вестник Вятского гос. гуманитарного ун-та. 2013. № 2-3. С. 103–111.
3. Макеева О.В., Фолиадова Е.В. Технология педагогической мастерской в математическом образовании будущих учителей математики // Н.И. Лобачевский и математическое образование в России: материалы Международного форума по математическому образованию, посвященного 225-летию Н.И. Лобачевского (XXXVI Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, VII Международная научно-практическая конференция), Казань, 18–22 октября 2017 г. / отв. ред. Л.Р. Шакирова. Казань: Казанский (Приволжский) фед. ун-т, 2017. Т. 2. С. 122–126.
4. Макеева О.В., Фолиадова Е.В. Инструкционная схема организации мыслительной деятельности будущих учителей математики в процессе освоения базовых понятий функционального анализа // Поволжский педагогический поиск. 2020. № 4(34). С. 108–115.
5. Басик Н.Ю., Купалов Г.С., Мальшакова И.Л. Значение практико-ориентированного обучения в профессиональной подготовке российских педагогов // Современная высшая школа: инновационный аспект. 2023. Т. 15. № 1(59). С. 50–62.
6. Селевко Г.К. Энциклопедия образовательных технологий: в 2 т. М.: Народное образование, 2005. Т. 1. С. 420–426.
7. Поляков С. Д. Психопедагогика: модель предмета и экспериментальное исследование // Психология обучения. 2009. № 7. С. 4–16.
8. Моро М.И., Волкова С.И., Степанова С.В. Математика. 1 класс: учебник: в 2 ч. М.: Просвещение, 2023. Ч. 1. 127 с.; Ч. 2. 111 с.
9. Моро М.И. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Математика. 2 класс: учебник: в 2 ч. М.: Просвещение, 2023. Ч. 1. 111 с.; Ч. 2. 111 с.
10. Моро М.И. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Математика. 3 класс: учебник: в 2 ч. М.: Просвещение, 2023. Ч. 1. 112 с.; Ч. 2. 111 с.
11. Моро М.И. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Математика. 4 класс: учебник: в 2 ч. М.: Просвещение, 2023. Ч. 1. 112 с.; Ч. 2. 112 с.
12. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. Математика. 5 класс: базовый уровень: учебник: в 2 ч. М.: Просвещение, 2023. Ч. 1. 158 с.; Ч. 2. 174 с.

13. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. Математика. 6 класс: базовый уровень: учебник: в 2 ч. М.: Просвещение, 2023. Ч. 1. 160 с.; Ч. 2. 144 с.
14. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразоват. учреждений / под ред. С.А. Теляковского. М.: Просвещение, 2014. 256 с.
15. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / под ред. С.А. Теляковского. М.: Просвещение, 2013. 287 с.
16. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразоват. организаций / под ред. С.А. Теляковского. М.: Просвещение, 2017. 287 с.
17. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев В.С. Математика. Геометрия. 7–9 классы: базовый уровень: учебник. М.: Просвещение, 2023. 416 с.
18. Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Полонски, В.Б. и др. Математика: Геометрия. 10 класс: базовый уровень: учеб. пособие. М.: Вентана-Граф, 2019. 206 с.
19. Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Полонский В.Б. и др. Математика: Геометрия. 11 класс: базовый уровень: учеб. пособие / под ред. В.Е. Подольского. М.: Вентана-Граф, 2019. 205 с.
20. Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Полонский В.Б. и др. Математика: Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый уровень: учеб. пособие / под ред. В.Е. Подольского. М.: Вентана-Граф, 2019. 367 с.
21. Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Полонский В.Б. и др. Математика: Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: базовый уровень: учеб. пособие / под ред. В.Е. Подольского. М.: Вентана-Граф, 2019. 284 с.
22. Запрудский Н.И. Технология педагогических мастерских. Минск: АПО; Мозырь: Белый ветер, 2002. 92 с.
23. Минеева Е. П. Понятие расстояния в курсе ТФДП для будущих учителей математики: идеи профессионализации обучения // Вопросы математики, методики ее преподавания и цифровизации образования в учебно-исследовательских работах: материалы Всероссийской научно-практической конференции студентов, магистрантов и аспирантов вузов, Пермь, 09 апреля 2024 г. Пермь: Пермский гос. гуманитарно-педагогический ун-т, 2024. С. 54.

REFERENCES

1. Latysheva L.P., Skornyakova A.Yu., Cheremnykh E.L. Professionaliziruyushchaya deyatel'nost' studentov matematicheskogo fakul'teta pedvuza i metodicheskaya kompetentnost' budushchego uchitelya [Professionalizing Activity of Students of the Mathematical Faculty of a Pedagogical University and the Methodological Competence of a Future Teacher], *Gumanitarnye nauki i obrazovanie*, 2020, vol. 11, No. 1(41), pp. 58–71. (in Russ.)
2. Varankina V.I., Vechtomov E.M. Izuchenie teorii metricheskikh prostranstv [Studying the theory of metric spaces], *Vestnik Vyatskogo gos. gumanitarnogo un-ta*, 2013, No. 2-3, pp. 103–111. (in Russ.)
3. Makeeva O.V., Foliadova E.V. Tekhnologiya pedagogicheskoi masterskoi v matematicheskom obrazovanii budushchikh uchitelei matematiki [Technology of Pedagogical Workshop in Mathematical Education of Future Mathematics Teachers], N.I. Lobachevskii i matematicheskoe obrazование в России: Materialy Mezhdunarodnogo foruma po matematicheskому obrazovaniyu, posvyashchennogo 225-letiyu N.I. Lobachevskogo (XXXVI Mezhdunarodnyi nauchnyi seminar prepodavatelei matematiki i informatiki universitetov i pedagogicheskikh vuzov, VII Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya) [N.I. Lobachevsky and mathematical education in Russia: Proceedings of the International forum on mathematical education dedicated to the 225th anniversary of N.I. Lobachevsky (XXXVI International scientific seminar of teachers of mathematics and computer science of universities and pedagogical universities, VII International scientific and practical conference), Kazan, October 18–22, 2017], L.R. Shakirova (ed.), vol. 2, Kazan, Kazan (Volga Region) fed. un-ty Publ., 2017, pp. 122–126. (in Russ.)

4. Makeeva O.V., Foliadova E.V. Instruktsionnaya skhema organizatsii myslitel'noi deyatel'nosti budushchikh uchitelei matematiki v protsesse osvoeniya bazovykh pomyatii funktsional'nogo analiza [Instructional Plan for Organizing the Mental Activity of Future Mathematics Teachers in the Process of Mastering the Basic Concepts of Functional Analysis], *Povolzhskii pedagogicheskii poisk*, 2020, No. 4(34), pp. 108–115. (in Russ.)
5. Basik N.Yu., Kupalov G.S., Mal'shakova I.L. Znachenie praktiko-orientirovannogo obucheniya v professional'noi podgotovke rossiiskikh pedagogov [The Importance of Practice-Oriented Education in the Professional Training of Russian Teachers], *Sovremennaya vysshaya shkola: innovatsionnyi aspect*, 2023, vol. 15, No. 1(59), pp. 50–62. (in Russ.)
6. Selevko G.K. *Entsiklopediya obrazovatel'nykh tekhnologii* [Encyclopedia of Educational Technologies], Moscow, Narodnoe obrazование Publ., 2005, vol. 1, pp. 420–426. (in Russ.)
7. Polyakov S.D. Psikhopedagogika: model' predmeta i eksperimental'noe issledovanie [Psychopedagogy: subject model and experimental research], *Psikhologiya obucheniya*, 2009, No. 7, pp. 4–16. (in Russ.)
8. Moro M.I., Volkova S.I., Stepanova S.V. *Matematika, 1 klass, uchebnik, v 2 chastyakh* [Mathematics, 1st grade, textbook, in 2 parts], Moscow, Prosveshchenie Publ., 2023, pt 1, 127 p.; pt 2, 111 p. (in Russ.)
9. Moro M.I. Bantova M.A., Bel'tyukova G.V. i dr. *Matematika, 2 klass, uchebnik, v 2 chastyakh* [Mathematics, 2nd grade, textbook, in 2 parts], Moscow, Prosveshchenie Publ., 2023, pt 1, 111 p.; pt 2, 111 p. (in Russ.)
10. Moro M.I. Bantova M.A., Bel'tyukova G.V. i dr. *Matematika, 3 klass, uchebnik, v 2 chastyakh* [Mathematics, 3rd grade, textbook, in 2 parts], Moscow, Prosveshchenie Publ., 2023, pt 1, 112 p.; pt 2, 111 p. (in Russ.)
11. Moro M.I. Bantova M.A., Bel'tyukova G.V. i dr. *Matematika, 4 klass, uchebnik, v 2 chastyakh* [Mathematics. 4th grade, textbook, in 2 parts], Moscow, Prosveshchenie Publ., 2023, pt 1, 112 p.; part 2, 112 p. (in Russ.)
12. Vilenkin N.Ya., Zhokhov V.I., Chesnokov A.S. i dr. *Matematika. 5 klass, bazovyi uroven', uchebnik, v 2kh chastyakh* [Mathematics, 5th grade, the basic level, textbook, in 2 parts], Moscow, Prosveshchenie Publ., 2023, pt 1, 158 p.; pt 2, 174 p. (in Russ.)
13. Vilenkin N.Ya., Zhokhov V.I., Chesnokov A.S. i dr. *Matematika, 6 klass, bazovyi uroven', uchebnik, v 2kh chastyakh* [Mathematics, 6th grade, the basic level, textbook, in 2 parts], Moscow, Prosveshchenie Publ., 2023, pt 1, 160 p.; pt 2, 144 p. (in Russ.)
14. Makarychev Yu.N., Mindyuk N.G., Neshkov K.I. i dr. *Algebra, 7 klass, uchebnik dlya obshcheobrazovat. uchrezhdenii* [Algebra, 7th grade, studies for general education. institutions], S.A. Telyakovskiy (ed.), Moscow, Prosveshchenie Publ., 2014, 256 p. (in Russ.)
15. Makarychev Yu.N., Mindyuk N.G., Neshkov K.I. i dr. *Algebra, 8 klass, uchebnik dlya obshcheobrazovat. uchrezhdenii* [Algebra, 8th grade, studies for general education. institutions], S.A. Telyakovskiy (ed.), Moscow, Prosveshchenie Publ., 2013, 287 p. (in Russ.)
16. Makarychev Yu.N., Mindyuk N.G., Neshkov K.I. i dr. *Algebra, 9 klass, uchebnik dlya obshcheobrazovat. uchrezhdenii* [Algebra, 9th grade, studies for general education. institutions], S.A. Telyakovskiy (ed.), Moscow, Prosveshchenie Publ., 2017, 287 p. (in Russ.)
17. Atanasyan L.S., Butuzov V.F., Kadomtsev V.S. i dr. *Matematika, Geometriya, 7–9 klassy, bazovyi uroven', uchebnik* [Mathematics, Geometry, grades 7–9, the basic level, textbook], Moscow, Prosveshchenie Publ., 2023, 416 p. (in Russ.)
18. Merzlyak A.G., Nomirovskii D.A., Polonskii V.B. i dr. *Matematika, Geometriya, 10 klass, bazovyi uroven', ucheb. posobie* [Mathematics, Geometry, 10th grade, the basic level, the training manual], Moscow, Ventana-Graf Publ., 2019, 206 p. (in Russ.)

19. Merzlyak A.G., Nomirovskii D.A., Polonskii V.B. i dr. *Matematika, Geometriya, 11 klass, bazovy uroven'*, ucheb. [Mathematics, Geometry, 10th grade, the basic level, the training manual], V.E. Podolsky (ed.), Moscow, Ventana-Graf Publ., 2019, 205 p. (in Russ.)
20. Merzlyak A.G., Nomirovskii D.A., Polonskii V.B. i dr. *Matematika, Algebra i nachala matematicheskogo analiza, 10 klass, bazovyi uroven'*, ucheb. posobie [Mathematics: algebra and the beginning of mathematical analysis, 10th grade, the basic level, the training manual], V.E. Podolsky (ed.), Moscow, Ventana-Graf Publ., 2019, 367 p. (in Russ.)
21. Merzlyak A.G., Nomirovskii D.A., Polonskii V.B. i dr. *Matematika, Algebra i nachala matematicheskogo analiza, 11 klass, bazovyi uroven'*, ucheb. posobie [Mathematics, Algebra and the beginnings of mathematical analysis, 11th grade, the basic level, the training manual], V.E. Podolsky (ed.), Moscow, Ventana-Graf Publ., 2019, 284 p. (in Russ.)
22. Zaprudskii N.I. *Tekhnologiya pedagogicheskikh masterskikh* [Technology of pedagogical workshops], Minsk, APO, Mozyr, White Wind, 2002, 110 p. (in Russ.)
23. Mineeva E.P. *Ponyatie rasstoyaniya v kurse TFDP dlya budushchikh uchitelei matematiki: idei professionalizatsii obucheniya* [The Concept of Distance in the TFRV Course for Future Mathematics Teachers: Ideas of Professionalization of Teaching], *Voprosy matematiki, metodiki ee prepodavaniya i tsifrovizatsii obrazovaniya v uchebno-issledovatel'skikh rabotakh: Materialy Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii studentov, magistrantov i aspirantov vuzov* [Issues of mathematics, methods of its teaching and digitalization of education in educational research: Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference of Students, undergraduates and Postgraduates of Higher Education institutions, Perm, April 09, 2024], Perm, Perm State Humanitarian ped. un-ty, 2024, 54 p. (in Russ.)

Макеева Ольга Викторовна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, mov_ulspu@mail.ru

161

Olga V. Makeeva, PhD in Physico-Mathematical Sciences, Assistant Professor, Higher Mathematics Department, Ulyanovsk State University of Education, mov_ulspu@mail.ru

Минеева Елизавета Павловна, студент направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Математика. Экономика», Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, elizabeth_04_20@mail.ru

Elizaveta P. Mineeva, Student, “Pedagogical education (with two training profiles)”, “Mathematics. Economics”, Ulyanovsk State University of Education, elizabeth_04_20@mail.ru

Статья поступила в редакцию 13.05.2025. Принята к публикации 14.07.2025
The paper was submitted 13.05.2025. Accepted for publication 14.07.2025