

# МЭТР КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ И ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ (к 100-летию со дня рождения Александра Андреевича Шестакова)

**О.В. Дружинина, О.Н. Масина, Р.А. Мельников**

**Аннотация.** В статье содержится жизнеописание Александра Андреевича Шестакова — доктора физико-математических наук, профессора, крупного ученого, обладавшего широким кругом научных интересов. Его исследования посвящены ключевым проблемам качественной теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости динамических систем, а также различным прикладным аспектам этих теорий к проблемам динамики систем транспорта. Профессором Шестаковым и его учениками и последователями получены значимые результаты в разных областях фундаментальной и прикладной математики, а также механики. В статье представлен краткий обзор научно-педагогического наследия ученого. А.А. Шестаков является организатором и основоположником известной научной школы по качественной теории динамических процессов и теории устойчивости решений дифференциальных уравнений. Им и его многочисленными учениками получены фундаментальные результаты, связанные с развитием теории устойчивости в смысле А.М. Ляпунова и теории устойчивости в смысле Н.Е. Жуковского, с разработкой методов анализа орбитальной устойчивости, ограниченности и сходимости решений дифференциальных уравнений, с развитием метода предельных уравнений и метода локализации предельных множеств, с теоретическими и прикладными задачами устойчивости математических моделей динамики железнодорожного транспорта. Его учебные пособия, учебники и монографии являются эталоном фундаментальности излагаемых в них вопросов и не потеряли своей актуальности до наших дней.

**Ключевые слова:** А.А. Шестаков, математик, качественная теория и теория устойчивости динамических систем, теория дифференциальных уравнений, нелинейная динамика.

© Дружинина О.В., Масина О.Н., Мельников Р.А., 2020



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License  
The content is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

## MAITRE OF QUALITY THEORY AND STABILITY THEORY OF DYNAMIC SYSTEMS

(To the 100th Anniversary of the Birth of A.A. Shestakov)

**O.V. Druzhinina, O.N. Masina, R.A. Melnikov**

**Abstract.** *The article presents the biography of Alexander A. Shestakov — ScD in Physics and Mathematics, Professor, a major scientist who had a wide range of scientific interests. His researches are devoted to the key problems of quality theory of differential equations, stability theory of dynamic systems, and also various applied aspects of these theories to problems of dynamics of transport systems. Professor Shestakov and his students and followers have obtained significant results in various fields of fundamental and applied mathematics, as well as mechanics. The article provides a brief overview of the scientific and pedagogical heritage of the scientist who is an organizer and founder of the famous scientific school on quality theory of dynamic processes and stability theory of differential equation solutions. He and his numerous students obtained fundamental results related to the development of the theory of stability in the sense of A.M. Lyapunov and the theory of stability in the sense of N.E. Zhukovsky, with the development of methods for the analysis of orbital stability, limitation and convergence of solutions of differential equations, with the development of limit equations and method of localization of limit sets, with theoretical and applied problems of stability of mathematical models of dynamics of railway transport. Its manuals, textbooks and monographs are the standard of fundamentality of the issues presented in them and have not lost their relevance to our days.*

**Keywords:** *A.A. Shestakov, mathematician, quality theory and stability theory of dynamic systems, theory of differential equations, nonlinear dynamics.*

460



A.A. Shestakov (1920–2014)

В 2020 г. отмечается 100 лет со дня рождения А.А. Шестакова (1920–2014) — яркого представителя научной школы В.В. Степанова и В.В. Немыцкого, известного специалиста в областях теории устойчивости движения, качественной теории дифференциальных уравнений, прикладной математики и механики. Александр Андреевич Шестаков являлся талантливым ученым и педагогом, в течение многих лет готовившим научно-педагогические кадры для высших учебных заведений России.

Краткие биографические сведения об А.А. Шестакове можно найти в [1–9]. Рассмотрим некоторые факты из биографии ученого, увязав их с обзором его научно-педагогического наследия. «Александр Андреевич Шестаков родился 19 января 1920 г. в селе Кисьва Пронского района, расположенном в западной части Рязанской области» [8]. Детство и юность ученого связано с такими замечательными местами нашей Родины, как Рязанская, Ивановская область и город Казань. Об отце ученого известно немного: «Отец, Шестаков Андрей Тимофеевич, — участник гражданской войны, погиб в 1920 г.» [1, с. 564]. В возрасте от 7 до 9 лет Александр Андреевич обучался в восьмилетней школе деревни Денисово Пронского района, недалеко от села Кисьва. «До 10-летнего возраста его воспитывали бабушка с дедушкой, затем он вместе с мамой переехал в Шуя<sup>1</sup>, стал учиться в знаменитой первой школе, а ныне — гимназии № 1» [7]. Интересной деталью биографии школьного периода является тот факт, что минуя девятый класс, он из восьмого сразу перешел в десятый, что может свидетельствовать о его незаурядных способностях. Особенно хорошо ему давались занятия математикой, которые проходили при чутком и грамотном руководстве Бориса Федоровича Казанского — школьного учителя математики, выпускника Казанского университета.

Обучение в средней школе будущий ученый завершил в 1936 г., получив за свои старания аттестат с отличием. Следующие пять лет его жизни связаны с физико-математи-

ческим факультетом Казанского университета, куда он поступил, следуя совету своего мудрого школьного наставника.

В студенческие годы ему посчастливилось слушать лекции таких видных отечественных ученых, как Н.Г. Четаев (1902–1959), Н.Г. Чеботарев (1894–1947), К.П. Персидский (1903–1970), П.А. Широков (1895–1944), Е.К. Завойский (1907–1976). Еще в это время Александр Андреевич под руководством члена-корреспондента АН СССР Н.Г. Чеботарева подготовил две научные работы по алгебре. Его дипломная работа была посвящена проблеме  $N$ -продолжимости многочленов и часть ее была представлена в сборнике, изданном в Казанском университете [10]. Вторая научная работа посвящена разложению  $\sqrt{D}$ , где  $D$  — целое положительное число, в непрерывную периодическую дробь. Студентом Александром Шестаковым были установлены условия разложения  $\sqrt{D}$  в цепную дробь с заданным числом звеньев в периоде [11].

В 1941 г. Александр Андреевич окончил с отличием Казанский университет им. В.И. Ульянова-Ленина, получив красный диплом по специальности «Алгебра». В первые годы Великой Отечественной войны (1941–1943 гг.) ему довелось поработать учителем математики в одной из малокомплектных школ Татарской АССР. Затем его призвали на военную службу, в 1944 и 1945 гг. он был на передовой линии фронта, воевал в 10-й зенитной артиллерийской дивизии в составе 60-й Армии Украинского фронта в звании сержанта.

<sup>1</sup> Шуя — небольшой город, находящийся на северо-востоке европейской части России, административный центр Шуйского района Ивановской области.

После демобилизации в декабре 1945 г. его зачислили в аспирантуру Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. За годы обучения в ней он посещал курсы лекций блестящих ученых и педагогов. Его наставниками в аспирантуре были патриархи советской математической школы, академики: Н.Н. Лузин (1883–1950), С.Л. Соболев (1908–1989), Л.С. Понтрягин (1908–1988).

Научным руководителем аспиранта А.А. Шестакова стал доктор физико-математических наук, профессор Виктор Владимирович Немыцкий (1900–1967). Направление научных поисков, которые вел Александр Андреевич, было связано с важными вопросами качественного исследования решений дифференциальных уравнений, в частности, с вопросами устойчивости их решений. Интерес к этой области научных исследований не случаен, здесь ощущается влияние Н.Г. Четаева, с которым он изучал эти вопросы во время учебы в Казани, и тяготение к этой проблематике у Александра Андреевича появилось, по всей видимости, еще в те годы.

В декабре 1947 г. обучение в аспирантуре было успешно (и досрочно) завершено защитой кандидатской диссертации «О поведении интегральных кривых системы обыкновенных дифференциальных уравнений вблизи сложной особой точки» [2, с. 1281].

В 1948 г. А.А. Шестаков получил ученую степень кандидата физико-математических наук. В том же году его утвердили в ученое звание доцента.

Председатель диссертационного совета академик И.Г. Петровский (1901–1973), будущий ректор МГУ,

обратил внимание на результаты, полученные А.А. Шестаковым, и способствовал тому, чтобы они были опубликованы в виде цикла научных статей в авторитетном издании «Доклады Академии Наук».

Следует подчеркнуть, что в то же время им в виде теоремы был сформулирован и доказан важный результат, который дал «характеристику скоростям приближения  $O$ -кривых квазилинейной системы Пуанкаре–Ляпунова с линейной частью к началу координат» [1, с. 567]. В дальнейшем это утверждение вместе с доказательством, предложенным А.А. Шестаковым, вошло в содержание солидной монографии «Качественная теория дифференциальных уравнений» (1949, 2-е издание), написанной корифеями отечественной математики В.В. Немыцким и В.В. Степановым (1889–1950).

Таким образом, не достигший еще 30-летнего возраста ученый стал известным в кругу именитых отечественных математиков, занимавшихся дифференциальными уравнениями и их приложениями.

В 1947 и 1948 гг. А.А. Шестаков являлся старшим научным сотрудником ЦКБ НИИ–88, которое курировалось Министерством вооружения СССР. Кроме этого, он был младшим научным сотрудником математического отдела известного научного института — Института теоретической геофизики АН СССР (сейчас Институт физики Земли), где его руководителем был будущий академик А.Н. Тихонов (1906–1993).

Свою педагогическую деятельность в высших учебных заведениях Москвы Александр Андреевич начал в 1948 г. Сначала он преподавал в Мо-

сковском институте инженеров железнодорожного транспорта (МИИТ).

В сентябре 1951 г. кандидат физико-математических наук, доцент А.А. Шестаков получил назначение на должность заведующего кафедрой высшей математики Всероссийского заочного института инженеров транспорта (ВЗИИТ). Впоследствии этот вуз был переименован в Российский государственный университет путей сообщения (РГОТУПС, сейчас он именуется Российской открытой академией транспорта и входит в состав МИИТа). Многолетняя ответственная и плодотворная работа Александра Андреевича на этом посту продолжалась вплоть до 1989 г. (включительно). С 1990 по 2005 г. Александр Андреевич работал профессором кафедры, продолжая исключительно активно заниматься научно-педагогической работой и руководить научно-исследовательским семинаром.

В 1951 г. кафедра была создана при непосредственном участии Александра Андреевича. Перед сотрудниками нового структурного подразделения была поставлена важная задача — организовать процесс преподавания сложнейших разделов высшей математики будущим инженерам с учетом специфики заочной формы обучения. В первые годы функционирования кафедры на ней работали: Б.С. Разумихин (1918–1988) — видный специалист в области теории устойчивости движения, а также В.С. Рябенский (1923–2018) — ученый, получивший широкую известность благодаря своим трудам по проблемам устойчивости разностных схем. В дальнейшем оба сотрудника стали докторами физи-

ко-математических наук и получили ученое звание профессора.

В 1959 г., продолжая заведовать кафедрой высшей математики во ВЗИИТе, Александр Андреевич принял приглашение со стороны руководства Московского кооперативного института, укрепить кафедру математики этого вуза, работая по совместительству. Отметим, что в этом вузе А.А. Шестаков трудился до 1971 г.

Умело сочетая административную и преподавательскую деятельность, Александр Андреевич много времени уделял научным изысканиям. В период с 1951 по 1968 г. он опубликовал ряд важных с теоретической и практической точек зрения научных статей. Большая часть значительных результатов этого периода напечатана в [12–18].

Все эти публикации можно условно разделить на три крупных цикла, каждый из которых в той или иной мере нашел отражение в его докторской диссертации.

По поводу первого цикла статей А.А. Шестакова известные специалисты в области дифференциальных уравнений Н.П. Еругин (1907–1990) и А.А. Самарский (1919–2008) отмечали: «К работам первого цикла относятся исследования фазового портрета и изучение асимптотических свойств решений дифференциальной системы смешанного типа, в которой в одном из уравнений отсутствует линейная часть, а в остальных уравнениях присутствуют линейные члены, матрица которых не имеет собственных чисел с нулевыми вещественными частями. Показано, что подобные дифференциальные системы могут иметь пять различных типов особых точек: узел, седло-

узел и обобщенные седла трех видов» [1; с. 565].

Ко второму циклу исследователи научного наследия А.А. Шестакова относят другую часть статей, которые объединяются на основе подхода автора к решению многомерных систем дифференциальных уравнений определенного вида. Основная его идея состояла в представлении сложной аналитической особой точки в виде разложения на более простые точки<sup>2</sup>. Так, например, А.А. Шестаков первым рассмотрел для многомерной системы дифференциальных уравнений так называемый «многогранник Ньютона» — конструкцию, являющуюся аналогом известной из теории алгебраических функций «диаграммы Ньютона–Пьюизо».

К третьему циклу научных исследований в указанный период относятся статьи, посвященные «изучению свойств решений однородной и квазиоднородной дифференциальной системы вблизи так называемых элементарных (простейших) решений» [там же].

Закономерным итогом напряженного труда на протяжении двадцати лет стала успешная защита докторской диссертации на тему «Некоторые вопросы качественной теории многомерных систем дифференциальных уравнений, имеющих особую точку высшего порядка». Защита состоялась в Математическом институте АН Белорусской ССР (г. Минск) в 1969 г. Отмечается, что «в диссертации предложена схема общего метода исследования окрестно-

сти особой точки высшего порядка произвольной многомерной аналитической системы и доказаны теоремы о существовании интегральных кривых этой системы» [4]. В этом исследовании А.А. Шестаков получил новые результаты, обобщающие известные теоремы об устойчивости и неустойчивости. В частности, он сформулировал условия устойчивости по приближению  $m$ -го порядка (где  $m > 1$ ). Кроме того, ему удалось обобщить классические теоремы об устойчивости по первому приближению, полученные еще А.М. Ляпуновым (1857–1918), на случай многомерной системы, которая не содержит линейных компонентов. Также он исследовал вопрос об асимптотическом поведении решений многомерной системы при стремлении аргумента к бесконечности. Специфической особенностью рассмотренной им системы было наличие многочленов в ее правой части.

После получения А.А. Шестаковым ученой степени доктора физико-математических наук в область его научных интересов вошли новые направления: расширение известного метода Бендиксона, с помощью которого исследуется качественное поведение решений двумерной системы дифференциальных уравнений, на многомерную систему; многомерные дифференциальные системы как модели физических, инженерных (главным образом, имеющих отношение к транспорту) задач; комплексные системы дифференциальных уравнений; развитие метода ло-

<sup>2</sup> Этот метод восходит к трудам французских ученых Шарля Огюста Альбера Брио (1817–1882) и Жана-Клода Буке (1819–1885), которые в 1856 г. предложили свой «способ разложения сложной особенности на простые особенности» для двумерной аналитической системы дифференциальных уравнений.

кализации локализация предельных множеств динамических систем, а также изучение геометрических свойств траекторий неавтономных систем дифференциальных уравнений и другими направлениями.

В период с 70-х годов XX века по 2014 г. А.А. Шестаков внес значительный вклад в различные направления теории дифференциальных уравнений, нелинейной механики и приложений. Результаты ученого опубликованы в [19–52] и в других работах. А именно, существенно разработал метод локализации положительного предельного множества с помощью функций и функционалов Ляпунова для абстрактных полудинамических и динамических процессов и систем. Кроме того, развил метод математического моделирования распределенных систем с помощью абстрактных эволюционных уравнений и предложена классификация динамических потоков на фазовом пространстве в окрестности инвариантного множества.

Универсальный подход к математическому моделированию распределенных систем с помощью абстрактного эволюционного уравнения был разработан профессором А.А. Шестаковым в монографиях [34; 35]. Широкий класс абстрактных эволюционных систем с единых позиций изучен на базе развития прямого метода Ляпунова (другими словами, на базе развития метода функций Ляпунова) [28–32]. Прямой метод назван обобщенным, так как этот метод является «обобщением, унификацией и дальнейшим развитием классического прямого метода, предложенного А.М. Ляпуновым для исследования устойчивости движения.

Неклассическое направление прямого метода Ляпунова состоит в исследовании качественных свойств и устойчивости динамических моделей, основанном на локализации предельных множеств с помощью вспомогательных функций и функционалов, названных обобщенными функциями и обобщенными функционалами Ляпунова» [34].

Особо следует выделить научные интересы Александра Андреевича, связанные с развитием методов теории устойчивости в смысле Ляпунова, теории устойчивости в смысле Н.Е. Жуковского и орбитальной устойчивости траекторий динамических систем [40–44; 46; 49–51]. Продолжение результатов по теории устойчивости в смысле Жуковского представлено в [53] и в других работах.

Глубокий анализ качественных свойств траекторий проведен в ряде работ, связанных с применением дивергенции векторного поля, задаваемого правой частью системы дифференциальных уравнений, и индекса Пуанкаре [24; 54]. Дальнейшее развитие индексно-дивергентного метода анализа устойчивости динамических систем содержится в [55–57] и в других работах.

В ряде работ А.А. Шестакова разработанные методы применяются к исследованию динамических систем транспорта, в частности, изучены аспекты проблемы устойчивости в системе «подвижной состав–железнодорожный путь», выполнен анализ устойчивости некоторых моделей колесной пары, выполнено изучение стохастических и нечетких моделей систем динамики транспорта [45; 47; 48; 52]. Ряд публикаций в этом направлении выполнен под ру-

ководством А.А. Шестакова в соавторстве с Ю.М. Черкашиным, О.В. Дружининой, О.Н. Масиной, Е.В. Щенниковой, Ю.Н. Меренковым, Ю.И. Голечковым.

С 1968 г. по 2005 г. Александр Андреевич был бессменным руководителем научного семинара, на котором обсуждались новые тенденции в исследовании устойчивости решений дифференциальных уравнений, а также вопросов качественной теории динамических процессов. На этом семинаре проходила апробация диссертационных исследований его учеников и соискателей, чьи темы призывали к этой тематике.

«В 80–90-х годах XX века А.А. Шестаков сотрудничал с Мордовским государственным университетом (г. Саранск). Там он читал лекции по наиболее трудным разделам высшей математики, был научным руководителем дипломных работ студентов, являлся председателем Государственной экзаменационной комиссии» [5]. Связано это с тем, что Александр Андреевич долгое время был научным соратником и поддерживал дружеские отношения с доктором физико-математических наук, профессором В.Н. Щенниковым (1942–2018) — заведующим кафедрой дифференциальных уравнений МГУ им. Н.П. Огарева. Научные интересы Владимира Николаевича тесно призывали к направлению исследований, которые вел А.А. Шестаков. Одна из совместных их работ [38] посвящена исследованию асимптотических свойств неоднородных линейных уравнений с неограниченным оператором в банаховом пространстве. Отметим, что профессор Щенников принадлежал к ленинград-

ской ветви российской школы теории устойчивости. Его научным наставником был В.И. Зубов (1930–2000). В настоящее время направление исследований, связанное с изучением устойчивоподобных свойств динамических систем и с развитием методов информатики, в Мордовском университете ведет Елена Владимировна Щенникова. В высших учебных заведениях Саранска успешно вели научную и педагогическую деятельность ученики и последователи А.А. Шестакова, среди них профессор П.М. Бочкарев, доценты Р.Б. Лапшина, И.Г. Башмаков.

В 2002–2011 гг. А.А. Шестаков был соруководителем научного семинара Международной академии нелинейных наук, заседания которого проходили в стенах РУДН. В тот же период времени он часто ездил с лекциями и научными докладами в Рязанский государственный университет им. С.А. Есенина. Фундаментальными работами, идеи написания которых возникли в 1986 г. на Международной конференции в Венгрии при обсуждении результатов с коллегами, стали монографии [36; 37]. Регулярно научные результаты А.А. Шестаков представлял на семинарах академиков В.В. Румянцева, А.А. Самарского, В.М. Матросова.

Много энергии и сил Александр Андреевич отдавал подготовке научно-педагогических кадров для различных учебных заведений страны. Он подготовил около 20 докторов наук и свыше 30 кандидатов наук по таким специальностям, как «Дифференциальные уравнения»; «Теоретическая механика»; «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»; «Систем-

ный анализ, управление и обработка информации». Доброжелательность, постоянное внимание, умение точно поставить проблемы, наметить оптимальный план решения, просто объяснить многие математические понятия и факты были присущи научному руководителю. Среди сотрудников, аспирантов и соискателей, которые работали под руководством Александра Андреевича, — Юрий Иванович Голечков (кандидатская и докторская диссертации), Ирина Анатольевна Малышева (кандидатская диссертация), Ольга Валентиновна Дружинина (кандидатская и докторская диссертации), Валерий Васильевич Романков (кандидатская диссертация), Елена Владимировна Щенникова (кандидатская диссертация), Евгений Васильевич Лисовский (кандидатская диссертация), Михаил Михайлович Шатохин (кандидатская диссертация), Валентин Семенович Пронькин (докторская диссертация). Идеи и результаты А.А. Шестакова развиты в докторских диссертациях Ольги Николаевны Масиной, Елены Владимировны Щенниковой, в кандидатских диссертациях Татьяны Александровны Ильиной, Марины Викторовны Захаровой, Марии Викторовны Рязановой, Валентины Ивановны Афанасьевой, Татьяны Сергеевны Климачковой, Алексея Сергеевича Мулкиджана (руководитель и консультант О.В. Дружинина).

Среди многочисленных учеников А.А. Шестакова был Юрий Николаевич Меренков (1949–2012) — доктор физико-математических наук, профессор Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. В 1980 г. в университете дружбы наро-

дов им. Патриса Лумумбы Ю.Н. Меренков успешно защитил кандидатскую диссертацию «Исследование сложных особых точек обыкновенных дифференциальных систем методом вздутия», а в 2003 г. в Тверском государственном университете — докторскую диссертацию «Математическое моделирование и качественный анализ математических моделей динамических систем». Оба эти исследования были выполнены под чутким и грамотным руководством А.А. Шестакова.

Ю.Н. Меренков известен среди отечественных математиков как видный специалист в вопросах качественной теории динамических систем и теории устойчивости движения. Юрий Николаевич продолжил исследования своего наставника и получил значимые результаты в следующих направлениях: «развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования дифференциальных моделей на основе обобщенных функций Ляпунова; исследование устойчивости динамических систем, описываемых дифференциальными включениями, нечеткими и стохастическими дифференциальными уравнениями» [58]; «системный подход к исследованию устойчивости эволюционных уравнений» [59; 60]; «приложения к изучению устойчивости движения и безопасности функционирования технических систем» [47].

Сейчас в Ельце, главным образом в ЕГУ им. И.А. Бунина, работают и обучаются последователи научной школы Шестакова-Меренкова. Они продолжают и развивают результаты, полученные ими, в направлениях, связанных с решением

проблемы устойчивости и стабилизации динамических систем, а также с моделированием сложных систем с применением методов искусственного интеллекта. На кафедре математического моделирования и компьютерных технологий ЕГУ им. И.А. Бунина, возглавляемой О.Н. Масиной — доктором физико-математических наук, профессором (ученицей Ю.Н. Меренкова), функционирует научный семинар «Качественная теория дифференциальных уравнений, теория устойчивости движения, теория управления и их приложения к математике, физике, информатике и техническим наукам». Благодаря этому преподаватели вуза и молодые исследователи (студенты, магистранты, аспиранты) имеют возможность послушать доклады ведущих специалистов страны, доложить результаты своих исследований и получить ценные советы от мудрых наставников.

Калужская ветвь школы А.А. Шестакова представлена работами кандидата физико-математических наук, доцента Евгения Васильевича Лисовского. В работах [61; 62] изучен ряд вопросов теории устойчивости решений различных классов систем с распределенными параметрами. Продолжение идей учителя представлено в [63; 64] и в других работах.

Одним из направлений исследований А.А. Шестакова является направление, связанное с изучением интеллектуальных динамических систем. В совместных со своими учениками работах [65–67] Александр Андреевич продолжил развитие метода нечетких функций Ляпунова для дискретных и непрерывных систем с сингтон-выходом. Разработаны алгоритмы стабилизации указан-

ных систем. Изучена устойчивость систем интеллектуального управления с помощью разрывных функций Ляпунова. Рассмотрено построение нечетких регуляторов на основе качественных условий и проведен анализ устойчивости. Развита метод гибридного моделирования систем с неполной информацией. В монографии [68] продолжено изучение вопросов моделирования и анализа устойчивости динамических систем интеллектуального управления. Представлена классификация динамических систем интеллектуального управления и дан анализ методов исследования их устойчивости. Дано развитие методов Ляпунова исследования устойчивых свойств систем с логическими регуляторами.

А.А. Шестаковым заложены теоретические основы важного для задач моделирования принципа — принципа сведения задачи об устойчивости решений дифференциальных включений к задаче об устойчивости решений нечетких и стохастических дифференциальных уравнений [34; 35]. Существенный вклад в развитие этого принципа на основе использования ключевой модели внес Ю.Н. Меренков [59; 60]. В дальнейшем принцип был распространен на различные классы математических моделей динамики взаимодействующих сообществ.

В [68–70] охарактеризованы комбинированные методы анализа устойчивости на основе развития первого и второго методов Ляпунова, в частности, спектрально-бифуркационный метод, метод дивергентных функций Ляпунова и другие методы. Указанные методы разработаны в диссертации О.Н. Масиной под руко-

водством научного консультанта О.В. Дружининой. Ценные советы и замечания по диссертации были даны Александром Андреевичем Шестаковым.

В ряде работ А.А. Шестакова рассмотрен подход к изучению нелинейных управляемых систем на основе построения динамических моделей Такаги-Суджено (ТС-моделей). Охарактеризован принцип универсальной аппроксимации гладких нелинейных функций с помощью ТС-моделей. Исследована асимптотическая устойчивость на основе прямого метода Ляпунова с применением функций Немыцкого–ЛаСалля. Предложены условия стабилизации ТС-системы и ее модификаций. Рассмотрены приложения к исследованию динамики систем транспорта в условиях неопределенности. В частности, получены условия асимптотической устойчивости нелинейных систем с управлением, которые являются обобщениями ТС-систем на случай запаздывания [71; 72]. Рассмотрены условия глобальной асимптотической устойчивости состояний равновесия, для ряда случаев синтезирована стабилизирующая обратная связь. Результаты по развитию результатов по получению условий устойчивости каскадных систем с применением ТС-моделей представлены в [73].

В ряде работ учеников и последователей А.А. Шестакова подход к изучению нелинейных управляемых систем, базирующийся на аппроксимации исходной модели соответствующей ТС-моделью, применен к изучению модели перевернутого маятника. В частности, в [74] на базе применения принципа аппроксимации

выполнена модификация ТС-модели перевернутого маятника. С помощью метода функций Ляпунова проведено изучение устойчивости редуцированной модели. Предложен алгоритм стабилизации модели управления перевернутым маятником на основе метода функций Ляпунова и построения логического регулятора. Кроме того, проведены вычислительные эксперименты для исследования динамики перевернутого маятника на основе алгоритма Лоусона. Полученные результаты могут быть использованы в задачах устойчивости и стабилизации технических систем управления.

На протяжении последнего десятилетия своей жизни «А.А. Шестаков активно сотрудничал с Вычислительным центром им. А.А. Дородницына РАН и работал по грантам в проектах РФФИ» [5].

Много времени А.А. Шестаков уделял проблемам высшего математического образования в нашей стране. Он был членом научно-методического совета по математике при комитете народного образования СССР, в полномочия которого входило написание и редактирование программ по математическим дисциплинам для вузов разных профилей, а также рецензирование учебных пособий. Александр Андреевич является автором учебных пособий и учебников, которые, несомненно, способствовали повышению уровня подготовки специалистов технического профиля. Он входил в число активных разработчиков методических указаний и контрольных (семестровых) заданий по высшей математике, по которым обучалось не одно поколение студентов-заочников во многих вузах

СССР. На основе методических разработок Александра Андреевича созданы учебники и учебные пособия, среди которых работы [75–79]. Одним из наиболее известных его учебников является «Курс высшей математики» (1987, соавторы И.А. Малышева, Д.П. Полозков).

Занятия наукой Александр Андреевич не прекращал до последних дней своей жизни и за почти семидесятилетний период научной активности (с 1948 по 2014 г.) опубликовал свыше 300 печатных работ. Наиболее значимыми из них являются 7 монографий (некоторые переведены на английский, японский и другие иностранные языки), циклы научных статей в журналах «Дифференциальные уравнения» и «Доклады Академии наук», а также 35 учебников и учебных пособий по различным разделам математики и механики.

А.А. Шестакова не стало 21.01.2014. Он прожил только два дня после того как отметил свой 94-й день рождения. Похоронен на Митинском кладбище столицы.

В настоящей статье рассмотрен лишь ряд аспектов, связанных с научно-педагогическим наследием профессора А.А. Шестакова. Однако приведенное описание позволяет судить о многогранности этого наследия и о значимости результатов ученого для последующих поколений

исследователей. Идеи и результаты Александра Андреевича Шестакова сохраняют в настоящее время свою актуальность и получают существенное развитие в трудах различных исследователей. Среди перспективных направлений, в которых возможно развитие результатов ученого, можно выделить такие направления, как разработка метода локализации предельных множеств для исследования устойчивости различных классов нелинейных динамических систем; распространение условий полной устойчивости на случай устойчивости относительно части фазовых переменных; развитие обобщенного прямого метода Ляпунова; развитие методов теории устойчивости в смысле Жуковского для различных классов систем; применение принципа редукции и обобщенного прямого метода для систем динамики взаимодействующих сообществ.

Александр Андреевичу были присущи интеллигентность, трудолюбие, скромность и требовательность к себе, доброжелательное отношение к людям, готовность помогать своим ученикам. Идеи, предложенные ученым, и разработанные им методы служат отправной точкой для дальнейших исследований, а его деятельность и научно-педагогическое наследие являются примерами для научных сотрудников и педагогов.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Еругин, Н.П., Самарский, А.А. Александр Андреевич Шестаков (к 60-летию со дня рождения) // Дифференциальные уравнения, 1980. Т. 16. № 3. С. 564–570.
2. Ильин, В.А., Самарский, А.А. Александр Андреевич Шестаков (к 70-летию со дня рождения) // Дифференциальные уравнения, 1990. Т. 26. № 7. С. 1280–1283.
3. Ильин, В.А., Румянцев, В.В., Самарский, А.А. Александр Андреевич Шестаков (к 80-летию со дня рождения) // Дифференциальные уравнения, 2000. Т. 36. № 1. С. 12–17.

4. *Амелькин, В.В., Гайшун, И.В. и др.* К девяностолетию Александра Андреевича Шестакова // Дифференциальные уравнения. 2010. Т. 46. № 1. С. 9–15.
5. *Александров, А.Ю., Амелькин, В.В. и др.* Александр Андреевич Шестаков: Некролог // Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 50. № 8. С. 1143–1144.
6. *Дружинина, О.В., Игонина, Е.В., Масина, О.Н. и др.* О жизни и деятельности профессора Александра Андреевича Шестакова // Системы управления, технические системы: устойчивость, стабилизация, пути и методы исследования: материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 95-летию со дня рождения профессора А.А. Шестакова. Елец, 2–3 апреля 2015 г. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2015. С. 3–11.
7. *Лебедев, Ю.А., Лебедева, И.Ю.* С днем рождения, дорогой земляк // Шуйские известия. № 4(19304), 18.01.2011 г.
8. Шестаков Александр Андреевич. Биографическая справка // Электронная библиотека «Научное наследие России». URL: <http://e-heritage.ru/ras/view/person/history.html?id=47401527> (дата обращения: 11.04.2020).
9. *Свирина, З.С., Терехин, М.Т.* Шестаков Александр Андреевич // Энциклопедия «Математики земли Рязанской». Материалы и исследования по рязанскому краеведению. Т. 69. Библиографический справочник / под общей редакцией кандидата педагогических наук А.А. Кашаева; сост., предисл. З.С. Свирина. С. 349–360.
10. *Шестаков, А.А.* Об  $H$ -продолжаемости полиномов: Дипломная работа под руководством Н.Г. Чеботарева // Сб. студенческих работ Казанского университета им. В. И. Ульянова-Ленина, 1941. С. 15–24.
11. *Шестаков, А.А.* О периодических непрерывных дробях // Уч. записки Казанского государственного университета. 1949. Т. 109. № 3. С. 87–98.
12. *Шестаков, А.А.* Некоторые теоремы о неустойчивости в смысле Ляпунова // ДАН СССР. 1951. Т. 79. № 1. С. 25–28.
13. *Шестаков, А.А.* О поведении интегральных кривых системы  $n$  дифференциальных уравнений ( $n \geq 3$ ) вблизи особой точки высшего порядка // ДАН СССР. 1951. Т. 79. № 2. С. 205–208.
14. *Шестаков, А.А.* Теоремы о существовании интегральных и критических прямых однородной системы  $n$  дифференциальных уравнений ( $n \geq 3$ ) // Успехи матем. наук, 1959. Т. 14. № 1 (85). С. 245–248.
15. *Пхакадзе, А.В., Шестаков, А.А.* О классификации особых точек дифференциального уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной // Математический сборник. 1959. Т. 49 (91). № 1. С. 3–12.
16. *Шестаков, А.А.* Об асимптотическом поведении решений многомерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, имеющих особую точку высшего порядка // ДАН СССР. 1960. Т. 131. № 5. С. 1038–1041.
17. *Шестаков, А.А.* Об асимптотическом поведении многомерных систем дифференциальных уравнений // Ученые записки. Вып. 7. Труды кафедр высшей математики и теоретической механики. М.: ВЗИИТ, 1961. С. 1–103.
18. *Шестаков, А.А.* Об асимптотическом поведении решений многомерной системы дифференциальных уравнений, имеющих особую точку высшего порядка // Сибирский математический журнал. 1961. Т. 11. № 5. С. 767–788.
19. *Шестаков, А.А.* О распространении метода Бендиксона для двумерной системы на многомерные аналитические системы // Дифференциальные уравнения. 1970. Т. 6. № 9. С. 1708–1712.

20. Шестаков, А.А. Степенная асимптотика порядка  $p < 0$  решений неавтономной дифференциальной системы с особой точкой высшего порядка // Дифференциальные уравнения. 1970. Т. 6. № 11. С. 2101–2104.
21. Шестаков, А.А. Критерий равномерной асимптотической устойчивости по неавтономному приближению порядка  $m > 1$  // Дифференциальные уравнения. 1971. Т. 7. № 5. С. 937–940.
22. Шестаков, А.А. О степенной асимптотике неавтономной однородной и квазиоднородной системы // Дифференциальные уравнения. 1975. Т. 11. № 8. С. 1427–1436.
23. Шестаков, А.А. Признаки устойчивости множеств относительно неавтономной дифференциальной системы // Дифференциальные уравнения. 1977. Т. 13. № 6. С. 1079–1090.
24. Шестаков, А.А., Степанов, А.Н. Индексные и дивергентные признаки устойчивости особой точки автономной системы дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. 15. № 4. С. 650–661.
25. Шестаков, А.А., Меренков Ю.Н. Устойчивость по Ляпунову и притягивающие множества относительно неавтономной дифференциальной системы // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. 15. № 5. С. 815–827.
26. Шестаков, А.А. О локализации предельных множеств неавтономной системы с помощью функций Ляпунова // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. 15. № 10. С. 1909–1912.
27. Шестаков, А.А., Меренков, Ю.А. О характере непрерывного динамического потока вблизи инвариантного компакта // Дифференциальные уравнения. 1982. Т. 18. № 5. С. 845–865.
28. Шестаков, А.А. Теория и приложения обобщенного прямого метода Ляпунова для абстрактных динамических систем (обзор современного состояния геометрического направления в прямом методе Ляпунова) // Дифференциальные уравнения. 1982. Т. 18. № 12. С. 2069–2097.
29. Shestakov, A.A. A survey on the theory of localization of limit sets in dynamical processes by using Lyapunov functionals // Colloquia Math. Soc. Janos Bolyai. Issue 47. Differential Equations: Qualitative theory. Szeged (Hungary). 1984. P. 997–1028.
30. Шестаков, А.А. Прямой метод Ляпунова как метод локализации функциями Ляпунова предельных множеств неавтономных динамических процессов // Функции Ляпунова и их применение. Новосибирск: Наука, 1986. С. 13–48.
31. Шестаков, А.А. Обобщенный прямой метод Ляпунова для абстрактных полудинамических процессов. III. Локализация предельного множества компактных дисперсных полудинамических процессов. Приложения к эволюционным уравнениям // Дифференциальные уравнения. 1987. Т. 23. № 6. С. 923–936.
32. Шестаков, А.А. О локализации предельного множества решений эволюционного уравнения с помощью функционалов Ляпунова // Дифференциальные уравнения, 1987. Т. 23. № 2. С. 368–381.
33. Шестаков, А.А., Меренков Ю.Н. Об асимптотических свойствах решений неавтономных функционально-дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения, 1990. Т. 26. № 8. С. 1351–1358.
34. Шестаков, А.А. Обобщенный прямой метод Ляпунова для систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1990. 318 с.
35. Шестаков, А.А. Обобщенный прямой метод Ляпунова для систем с распределенными параметрами. М.: URSS, 2007. 2-е доп. изд. 320 с.
36. Мартынюк, А.А., Като, Д., Шестаков, А.А. Устойчивость движения: метод предельных уравнений. Киев: Наукова думка, 1990. 256 с.

37. *Kato, J., Martynyuk, A.A., Shestakov, A.A.* Stability of motion of nonautonomous systems (method of limiting equations). *Stability & Control: Theory, Methods & Applications Series*. Vol. 3. Amsterdam: Gordon and Breach Publishers, 1996. 255 p.
38. *Шестаков, А.А., Щенников, В.Н.* Об асимптотических свойствах неоднородного линейного дифференциального уравнения с неограниченным оператором в банаховом пространстве // *Вестник Мордовского университета*. 1993. № 1. С. 54–55.
39. *Шестаков, А.А.* Вариационные свойства решений линейных уравнений в банаховом пространстве // *Вестник РУДН. Сер. Математика*. 1995. № 2. С. 90–95.
40. *Галиуллин, А.С., Шестаков, А.А.* Устойчивость движения и вариационные принципы динамики // *Вестник РУДН. Сер. Прикладная математика и информатика*, 1996. № 2. С. 20–28.
41. *Дружинина, О.В., Шестаков, А.А.* О структуре устойчивого в смысле Ляпунова аттрактора // *Доклады РАН*. 2000. Т. 371. № 6. С. 770–772.
42. *Дружинина, О.В., Шестаков, А.А.* О расширении понятия орбитальной устойчивости траекторий динамической системы // *Доклады РАН*. 2001. Т. 377. № 5. С. 621–625.
43. *Дружинина, О.В., Шестаков, А.А.* Обобщенный прямой метод Ляпунова исследования устойчивости и притяжения в общих временных системах // *Математический сборник*. 2002. Т. 193. № 10. С. 17–48.
44. *Дружинина, О.В., Шестаков, А.А.* Об условиях прочности в смысле Жуковского траекторий динамических систем // *Доклады РАН*. 2003. Т. 393. № 4. С. 478–482.
45. *Шестаков, А.А., Черкашин, Ю.М., Дружинина, О.В.* Устойчивость и прочность движения детерминированных динамических систем железнодорожного транспорта // *Транспорт: наука, техника, управление*. 2003. № 12. С. 10–15.
46. *Дружинина, О.В., Шестаков, А.А.* О прочности в смысле Жуковского почти периодических траекторий и свойствах предельных движений динамических систем // *Доклады РАН*. 2004. Т. 398. № 5. С. 614–619.
47. *Дружинина, О.В., Шестаков, А.А., Меренков, Ю.Н.* Устойчивость движения нечетких динамических систем железнодорожного транспорта // *Транспорт: наука, техника, управление*. 2004. № 2. С. 6–9.
48. *Шестаков, А.А., Дружинина, О.В., Щенникова, Е.В.* Об условиях устойчивости движения железнодорожной колесной пары // *НТТ — наука и техника транспорта*. 2004. № 2. С. 68–72.
49. *Дружинина, О.В., Шестаков, А.А.* О предельных свойствах асимптотически устойчивых по Ляпунову и асимптотически прочных по Жуковскому траекторий динамических систем // *Доклады РАН*. 2006. Т. 409. № 2. С. 185–190.
50. *Шестаков, А.А., Дружинина, О.В.* Об устойчивости и прочности траекторий систем автономных дифференциальных уравнений // *Известия РАН. Дифференциальные уравнения*. 2011. № 16. С. 36–43.
51. *Шестаков, А.А., Дружинина, О.В.* Об условиях устойчивости по Жуковскому // *Вестник Российской академии естественных наук. Дифференциальные уравнения*. 2013. Т. 13. № 4. С. 84–88.
52. *Шестаков, А.А., Дружинина, О.В., Масина, О.Н.* Оценка безопасности движения рельсовых экипажей на основе обобщенной технической устойчивости и устойчивости по Жуковскому // *Транспорт: наука, техника, управление*. 2014. № 2. С. 3–8.
53. *Дружинина, О.В.* Устойчивость и стабилизация по Жуковскому динамических систем. М.: Изд. группа URSS, 2013.

54. Степанов, А.Н., Шестаков, А.А. О дивергентных критериях для различения типов особых точек // Некоторые вопросы качественной теории дифференциальных уравнений. Сб. научных трудов. Саранск: Мордовский государственный университет, 1974. С. 10–17.
55. Масина, О.Н., Дружинина, О.В. Моделирование и анализ устойчивости некоторых классов систем управления. М.: ВЦ РАН, 2011.
56. Дружинина, О.В. Индекс, дивергенция и функции Ляпунова в качественной теории динамических систем. М.: Изд. группа URSS, 2013.
57. Фуртат, И.Б. Дивергентные условия устойчивости динамических систем // Автоматика и телемеханика. 2020. №2. С. 62–65.
58. Меренков, Ю.Н. Устойчивоподобные свойства дифференциальных включений, нечетких и стохастических дифференциальных уравнений. М.: Изд-во РУДН, 2000.
59. Шестаков, А.А., Меренков, Ю.Н. О математическом моделировании математических объектов // Качественное исследование и устойчивость математических моделей транспортных динамических систем. Межвуз. сб. научн. трудов. М.: РГОТУПС, 2004. С. 49–53.
60. Меренков, Ю.Н. Системный подход к исследованию устойчивости эволюционных уравнений // Вестник РУДН. Сер. «Прикладная математика и информатика», 2002. № 1. С. 28–31.
61. Шестаков, А.А., Лисовский, Е.В. Полугрупповой подход к исследованию устойчивости некоторых классов уравнений с частными производными // Проблемы динамики подвижного состава и устойчивости движения динамических систем. Сб. науч. трудов. М.: ВЗИИТ, 1990. С. 120–125.
62. Шестаков, А.А., Лисовский, Е.В. Об устойчивости линейных дифференциальных уравнений с неограниченным оператором в гильбертовом пространстве // Современные проблемы управления, устойчивости и колебаний нелинейных механических систем железнодорожного транспорта. Межвуз. сб. науч. трудов. М.: ВЗИИТ, 1991. Ч. 1. С. 49–54.
63. Лисовский, Е.В. Вопросы устойчивости программного движения нелинейных динамических систем // Нелинейный мир. 2015. Т. 13. № 5. С. 54–58.
64. Дружинина, О.В., Лисовский, Е.В. Достаточные условия устойчивости программных движений нелинейных динамических систем // Нелинейный мир. 2017. Т. 15. № 4. С. 41–46.
65. Шестаков, А.А., Дружинина, О.В., Масина, О.Н. Развитие прямого метода Ляпунова исследования устойчивости систем предикатного управления // Труды X Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление». Казань: Изд-во Казанского государственного технического университета. 2012. Т. 2. С. 589–600.
66. Дружинина, О.В., Масина, О.Н., Шестаков, А.А. Построение и анализ устойчивости нечетких регуляторов на основе качественных условий // Фундаментальные проблемы системной безопасности. Сб. науч. трудов. Вып. 3. Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН. М.: Вузовская книга, 2012. С. 308–313.
67. Масина, О.Н., Шестаков, А.А. О гибридном моделировании нечетких систем // Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем». М.: РУДН, 2011. С. 262–264.
68. Дружинина, О.В., Масина, О.Н. Методы анализа устойчивости динамических систем интеллектуального управления. М.: Изд. группа URSS, 2015.
69. Дружинина, О.В., Масина, О.Н. Методы исследования устойчивости и управляемости нечетких и стохастических динамических систем. М.: ВЦ РАН, 2009.

70. Дружинина, О.В., Масина, О.Н. О подходах к анализу устойчивости нелинейных динамических систем с логическими регуляторами // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2017. Т. 13. № 2. С. 40–49.
71. Шестаков, А.А., Масина, О.Н., Дружинина, О.В. Анализ асимптотической устойчивости и стабилизация некоторых классов систем управления с запаздыванием // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2011. Т. 9. № 12. С. 104–110.
72. Shestakov, A.A. Stability conditions and stabilization algorithms of intelligent controlled systems with delay // Proc. of Distributed Intelligent Systems and Technologies Workshop DIST'2013, 1-4 July 2013. Saint Petersburg: St. Petersburg State Polytechnical University, 2013. P. 99–100.
73. Дружинина, О.В., Седова, Н.О. Анализ устойчивости и стабилизация нелинейных каскадных систем с запаздыванием в терминах линейных матричных неравенств // Известия РАН. Теория и системы управления. 2017. № 1. С. 21–35.
74. Дружинина, О.В., Игонина, Е.В., Масина, О.Н. Моделирование и стабилизация динамических систем с логическими регуляторами // Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ РАН, 2015.
75. Шестаков, А.А., Полозков, Д.П., Гмурман, В.Е. Высшая математика Учебное пособие для экономических специальностей. М.: Высшая школа, 1-е изд. 1962, 2-е изд. 1963, 3-е изд. 1964.
76. Арзамасцев, А.А., Шестаков, А.А. Краткий курс высшей математики. М.: Изд-во Центросоюза СССР, 1965. 460 с.
77. Шестаков, А.А., Малышева, И.А., Полозков, Д.П. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения. Векторный анализ. Учебник для студентов высших технических учебных заведений. М.: Высшая школа, 1987. 320 с.
78. Голечков, Ю.И., Шестаков, А.А. Математическое моделирование. Учебное пособие. Ч. I. М.: ВЗИИТ, 1993. 68 с.; Ч. II. М.: ВЗИИТ, 1993. 90 с.
79. Шестаков, А.А., Дружинина, О.В., Романков, В.В., Петунин, А.П. Дискретная математика. М.: РГОТУПС, 2004. 180 с.

## REFERENCES

475

1. Alexandrov A.Yu., Amelkin V.V., Andreev A.S., Druzhinina O.V., Gaishun I.V., Galiullin I.A., Golechkov Yu.I., Gulin A.V., Evtushenko Yu.G., Zhabko A.P., Ilyin V.A., Isobov N.A., Kosov A.A., Kozlov V.V., Masina O.N., Savchin V.M., Schennikov V.N., Sedova N.O., Shemyakina T.K. Alexander A. Shestakov: Obituary, *Differential Equations*, 2014, Vol. 50, No. 8. pp. 1143–1144. (in Russian)
2. Amelkin V.V., Druzhinina O.V., Gaishun I.V., Grebenikov E.A., Gulin A.V., Evtushenko Yu.G., Ilyin V.A., Izobov N.A., Kozlov V.V., Schennikov V.N., Severtsev N.A., Shemyakina T.K. “On the ninetieth anniversary of Alexander Andreevich Shestakov”. In: *Differential Equations*, 2010, Vol. 46, No. 1, pp. 9–15. (in Russian)
3. Arzamastsev A.A., Shestakov A.A. *Short course in higher mathematics*. Moscow, 1965. 460 p. (in Russian)
4. Druzhinina O.V. *Index, divergence and Lyapunov functions in the qualitative theory of dynamical systems*. Moscow, URSS, 2013. (in Russian)
5. Druzhinina O.V. *Zhukovsky stability and stabilization of dynamical systems*. Moscow, URSS, 2013. (in Russian)

6. Druzhinina O.V., Igonina E.V., Masina O.N., Schennikov V.N., Schennikova E.V., Zvirina Z.S. “On the life and work of Professor Alexander A. Shestakov”, In: *Control systems, technical systems: stability, stabilization, ways and methods of research*. Materials of the International scientific-practical conference dedicated to the 95th birthday of Professor A.A. Shestakov. Yelets, April 2–3, 2015. Yelets: Bunin Yelets State University, 2015, pp. 3–11. (in Russian)
7. Druzhinina O.V., Igonina E.V., Masina O.N. “Modeling and stabilization of dynamic systems with logical controllers”, in: *Messages in Applied Mathematics*. Moscow, Dorodnitsyn Computing Center of RAS, 2015. (in Russian)
8. Druzhinina O.V., Lisovsky E.V. Sufficient conditions for the stability of programmed motions of nonlinear dynamical systems, *Nonlinear World*, 2017, Vol. 15, No. 4, pp. 41–46. (in Russian)
9. Druzhinina O.V., Masina O.N. About approaches to stability analysis of nonlinear dynamic systems with logical controllers, *Modern Information Technologies and IT Education*, 2017, Vol. 13, No. 2, pp. 40–49. (in Russian)
10. Druzhinina O.V., Masina O.N. *Methods of stability analysis of dynamic systems of intelligent control*. Moscow, URSS, 2015. (in Russian)
11. Druzhinina O.V., Masina O.N. *Research methods for the stability and controllability of fuzzy and stochastic dynamical systems*. Moscow, Dorodnitsyn Computing Center of RAS, 2009. (in Russian)
12. Druzhinina O.V., Masina O.N., Shestakov A.A. “Construction and stability analysis of fuzzy regulators based on quality conditions”, in: *Fundamental problems of system safety. Collection of scientific papers*. Vol. 3. Moscow, Vuzovskaya Kniga, 2012, pp. 308–313. (in Russian)
13. Druzhinina O.V., Sedova N.O. Stability analysis and stabilization of nonlinear cascade systems with delay in terms of linear matrix inequalities, *Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems*, 2017, No. 1, pp. 21–35. (in Russian)
14. Druzhinina O.V., Shestakov A.A. On strength conditions in the sense of Zhukovsky trajectories of dynamical systems, *Doklady of RAS*, 2003, Vol. 393, No. 4, pp. 478–482. (in Russian)
15. Druzhinina O.V., Shestakov A.A. On strength in the sense of Zhukovsky of almost periodic trajectories and properties of the limiting motions of dynamical systems, *Doklady of RAS*, 2004, Vol. 398, No. 5, pp. 614–619. (in Russian)
16. Druzhinina O.V., Shestakov A.A. On the extension of the concept of orbital stability of trajectories of a dynamical system, *Doklady of RAS*, 2001, Vol. 377, No. 5, pp. 621–625. (in Russian)
17. Druzhinina O.V., Shestakov A.A. On the limit properties of Lyapunov asymptotically stable and Zhukovsky asymptotically stable trajectories of dynamical systems, *Doklady of RAS*, 2006, Vol. 409, No. 2, pp. 185–190. (in Russian)
18. Druzhinina O.V., Shestakov A.A. On the structure of an attractor stable in the sense of Lyapunov, *Doklady of RAS*, 2000, Vol. 371, No. 6, pp. 770–772. (in Russian)
19. Druzhinina O.V., Shestakov A.A. The generalized direct Lyapunov method for studying stability and attraction in general time systems, *Matematicheskij sbornik*, 2002, Vol. 193, No. 10, pp. 17–48. (in Russian)
20. Druzhinina O.V., Shestakov A.A., Merenkov Yu.N. Stability of motion of fuzzy dynamic systems of railway transport, *Transport: Science, Technology, Control*, 2004, No. 2, pp. 6–9. (in Russian)
21. “Shestakov A.A. Curriculum Vitae”, in: *Electronic library “Scientific Heritage of Russia”*. <http://e-heritage.ru/ras/view/person/history.html?id=47401527> (accessed: 11.04.2020).
22. Erugin N.P., Samarsky A.A. Alexander Andreevich Shestakov (on the occasion of his 60-th birthday), *Differential Equations*, 1980. Vol. 16, No. 3, pp. 564–570. (in Russian)
23. Furtat I.B. Divergent stability conditions of dynamical systems, *Automation and Remote Control*, 2020, No. 2, pp. 62–65. (in Russian)

24. Galiullin A.S., Shestakov A.A. Stability of motion and variational principles of dynamics, *Bulletin of RUDN University. Seriya "Applied Mathematics and Computer Science"*, 1996, No. 2, pp. 20–28. (in Russian)
25. Golechkov Yu.I., Shestakov A.A. *Mathematical modeling*. Part I. Moscow, VZIT, 1993, 68 p.; Part II. Moscow, VZIT, 1993, 90 p. (in Russian)
26. Ilyin V.A., Rumyantsev V.V., Samarsky A.A. Alexander Andreevich Shestakov (on the occasion of his 80-th birthday), *Differential Equations*, 2000. Vol. 36, No. 1, pp. 12–17. (in Russian)
27. Ilyin V.A., Samarsky A.A. Alexander Andreevich Shestakov (on the occasion of his 70-th birthday), *Differential Equations*, 1990, Vol. 26, No. 7, pp. 1280–1283. (in Russian)
28. Kato J., Martynyuk A.A., Shestakov A.A. *Stability of motion of nonautonomous systems (method of limiting equations)*. Stability & Control: Theory, Methods & Applications Series. Vol. 3. Amsterdam, Gordon and Breach Publishers, 1996, 255 p.
29. Lebedev Yu.A., Lebedeva I.Yu. Happy birthday, dear fellow countryman, *Shuyskie Izvestia*, No. 4 (19304), 18.01.2011. (in Russian)
30. Lisovsky E.V. The stability issues of the programmed motion of nonlinear dynamical systems, *Nonlinear World*, 2015, Vol. 13, No. 5, pp. 54–58. (in Russian)
31. Martynyuk A.A., Kato D., Shestakov A.A. *Stability of motion: the method of limit equations*. Kiev. Naukova Dumka, 1990, 256 p. (in Russian)
32. Masina O.N., Druzhinina O.V. *Modeling and stability analysis of some classes of control systems*. Moscow, Dorodnitsyn Computing Center of RAS, 2011. (in Russian)
33. Masina O.N., Shestakov A.A. "On hybrid modeling of fuzzy systems", in: *Abstracts of the All-Russian Conference with international participation "Information and telecommunication technologies and mathematical modeling of high-tech systems"*. Moscow, RUDN, 2011, pp. 262–264. (in Russian)
34. Merenkov Yu.N. A systematic approach to the study of the stability of evolutionary equations, *Bulletin of RUDN. Seriya "Applied Mathematics and Computer Science"*, 2002. (in Russian)
35. Merenkov Yu.N. *Stability-like properties of differential inclusions, fuzzy and stochastic differential equations*. Moscow, RUDN, 2000. (in Russian)
36. Pkhakadze A.V., Shestakov A.A. On the classification of singular points of a first-order differential equation that is not resolved with respect to the derivative, *Matematicheskij Sbornik*, 1959, Vol. 49 (91), No. 1, pp. 3–12. (in Russian)
37. Shestakov A.A. A criterion for uniform asymptotic stability in a non-autonomous approximation of order  $m > 1$ , *Differential Equations*, 1971, Vol. 7, No. 5, pp. 937–940. (in Russian)
38. Shestakov A.A. "A survey on the theory of localization of limit sets in dynamical processes by using Lyapunov functionals", in: *Colloquia Math. Soc. Janos Bolyai, Issue 47, Differential Equations: Qualitative theory*, Szeged (Hungary), 1984, pp. 997–1028.
39. Shestakov A.A. Criteria for the stability of sets with respect to a non-autonomous differential system, *Differential Equations*, 1977, Vol. 13, No. 6, pp. 1079–1090. (in Russian)
40. Shestakov A.A. Generalized direct Lyapunov method for abstract semi-dynamic processes. III. Localization of the limit set of compact dispersed semi-dynamic processes. Applications to evolution equations, *Differential Equations*, 1987, Vol. 23, No. 6, pp. 923–936. (in Russian)
41. Shestakov A.A. *Generalized direct Lyapunov method for systems with distributed parameters*. Moscow, Nauka, 1990, 318 p. (in Russian)
42. Shestakov A.A. *Generalized direct Lyapunov method for systems with distributed parameters*. Moscow, URSS, 2007, 2nd ed., 320 p. (in Russian)

43. Shestakov A.A. On periodic continued fractions, *Scientific Notes of Kazan State University*, 1949, Vol. 109, No. 3, pp. 87–98. (in Russian)
44. Shestakov A.A. On power asymptotics of a nonautonomous homogeneous and quasihomogeneous system, *Differential Equations*, 1975, Vol. 11, No. 8, pp. 1427–1436. (in Russian)
45. Shestakov A.A. “On the asymptotic behavior of multidimensional systems of differential equations”, in: *Scientific Notes, Vol. 7. Proceedings of the departments of higher mathematics and theoretical mechanics*. Moscow, VZIIT, 1961, pp. 1–103. (in Russian)
46. Shestakov A.A. On the asymptotic behavior of solutions of a multidimensional system of differential equations having a singular point of higher order, *Siberian Math. Journal*, 1961, Vol. 11, No. 5, pp. 767–788. (in Russian)
47. Shestakov A.A. On the asymptotic behavior of solutions of multidimensional systems of ordinary differential equations having a singular point of higher order, *DAN USSR*, 1960, Vol. 121, No. 5, pp. 1038–1041. (in Russian)
48. Shestakov A.A. On the behavior of integral curves of a system of  $n$  differential equations ( $n \geq 3$ ) near a singular point of higher order, *DAN USSR*, 1951, Vol. 79, No. 2, pp. 205–208. (in Russian)
49. Shestakov A.A. On the extension of the Bendixon method for a two-dimensional system to multidimensional analytical systems, *Differential Equations*, 1970, Vol. 6, No. 9, pp. 1708–1712. (in Russian)
50. Shestakov A.A. “On the H-extendability of polynomials: Thesis under the direction of N.G. Chebotarev”, in: *Collection of student works of Kazan University named after V.I. Ulyanov-Lenin*, 1941, pp. 15–24. (in Russian)
51. Shestakov A.A. On the localization of limit sets of a nonautonomous system using Lyapunov functions, *Differential Equations*, 1979, Vol. 15, No. 10, pp. 1909–1912. (in Russian)
52. Shestakov A.A. On the localization of the limit set of solutions of the evolution equation using Lyapunov functionals, *Differential Equations*, 1987, Vol. 23, No. 2, pp. 368–381. (in Russian)
53. Shestakov A.A. Power asymptotic behavior of order  $p < 0$  of solutions of a nonautonomous differential system with a singular point of higher order, *Differential Equations*, 1970, Vol. 6, No. 11, pp. 210–2104. (in Russian)
54. Shestakov A.A. Some theorems on instability in the sense of Lyapunov, *DAN USSR*, 1951, Vol. 79, No. 1, pp. 25–28. (in Russian)
55. Shestakov A.A. “Stability conditions and stabilization algorithms of intelligent controlled systems with delay”, in: *Proc. of Distributed Intelligent Systems and Technologies Workshop DIST’2013, July 1–4, 2013*. Saint-Petersburg, St. Petersburg State Polytechnical University, 2013, pp. 99–100.
56. Shestakov A.A. “The direct Lyapunov method as a method of localizing the Lyapunov functions of the limit sets of nonautonomous dynamic processes”, in: *Lyapunov Functions and Their Application*. Novosibirsk, Nauka, 1986, P. 13–48. (in Russian)
57. Shestakov A.A. Theorems on the existence of integral and critical lines of a homogeneous system of  $n$  differential equations ( $n \geq 3$ ), *Uspekhi Matem. Nauk*, 1959, Vol. 14, No. 1 (85), pp. 245–248. (in Russian)
58. Shestakov A.A. Theory and applications of the generalized direct Lyapunov method for abstract dynamical systems (a review of the current state of the geometric direction in the direct Lyapunov method), *Differential Equations*, 1982, Vol. 18, No. 12, pp. 2069–2097. (in Russian)
59. Shestakov A.A. Variational properties of solutions of linear equations in a Banach space, *Vestnik RUDN, Ser. Mathematics*, 1995, No. 2, pp. 90–95. (in Russian)
60. Shestakov A.A., Cherkashin Yu.M., Druzhinina O.V. Stability and durability of the movement of deterministic dynamic systems of railway transport, *Transport: Science, Technology, Control*, 2003, №. 12, pp. 10–15. (in Russian)

61. Shestakov A.A., Druzhinina O.V. On the conditions of stability according to Zhukovsky, *Bulletin of the Russian Academy of Natural Sciences. Differential Equations*, 2013, Vol. 13, No. 4, pp. 84–88. (in Russian)
62. Shestakov A.A., Druzhinina O.V. On the stability and strength of the trajectories of systems of autonomous differential equations, *Bulletin of the Russian Academy of Natural Sciences. Differential Equations*, 2011, No. 16, pp. 36–43. (in Russian)
63. Shestakov A.A., Druzhinina O.V., Masina O.N. “Development of the direct Lyapunov method for studying the stability of predicate control systems”, in: *Proceedings of the X International Chetaev Conference “Analytical Mechanics, Stability and Control”*. Kazan, Kazan State Technical University, 2012, Vol. 2, pp. 589–600. (in Russian)
64. Shestakov A.A., Druzhinina O.V., Masina O.N. Safety assessment of rail crews based on generalized technical and Zhukovsky stability, *Transport: science, technology, control*, 2014, No. 2, pp. 3–8. (in Russian)
65. Shestakov A.A., Druzhinina O.V., Romankov V.V., Petunin A.P. *Discrete Mathematics*. Moscow, RGOTUPS, 2004, 180 p. (in Russian)
66. Shestakov A.A., Druzhinina O.V., Schennikova E.V. On the conditions of stability of movement of a railway wheelset, *NTT – Science and Technology of Transport*, 2004, No. 2. pp. 68–72. (in Russian)
67. Shestakov A.A., Lisovsky E.V. “A semigroup approach to the study of the stability of certain classes of partial differential equations”, in: *Problems of the dynamics of rolling stock and the stability of motion of dynamical systems. Collection of scientific papers*. Moscow: VZIIT, 1990, pp. 120–125. (in Russian)
68. Shestakov A.A., Lisovsky E.V. “On the stability of linear differential equations with an unbounded operator in a Hilbert space”, in: *Modern problems of control, stability and oscillations of nonlinear mechanical systems of railway transport. Interuniversity collection of scientific papers*. Moscow: VZIIT, 1991, Part 1, pp. 49–54. (in Russian)
69. Shestakov A.A., Malysheva I.A., Polozkov D.P. *Course of higher mathematics. Integral calculus. Differential equations Vector analysis. Textbook for students of higher technical educational institutions*. Moscow, Vysshaya shkola, 1987, 320 p. (in Russian)
70. Shestakov A.A., Masina O.N., Druzhinina O.V. Analysis of asymptotic stability and stabilization of some classes of control systems with delay, *Information-measuring and control systems*, 2011, Vol. 9, No. 12, pp. 104–110.
71. Shestakov A.A., Merenkov Yu.N. *About mathematical modeling of mathematical objects // Qualitative research and stability of mathematical models of transport dynamic systems. Interuniversity collection of scientific papers*. Moscow, RGOTUPS, 2004, pp. 49–53. (in Russian)
72. Shestakov A.A., Merenkov Yu.N. Lyapunov stability and attracting sets with respect to a nonautonomous differential system, *Differential Equations*, 1979, Vol. 15, No. 5, pp. 815–827. (in Russian)
73. Shestakov A.A., Merenkov Yu.N. On the asymptotic properties of solutions of nonautonomous functional differential equations, *Differential Equations*, 1990, Vol. 26, No. 8, pp. 1351–1358. (in Russian)
74. Shestakov A.A., Merenkov Yu.N. On the character of a continuous dynamic flow near an invariant compact, *Differential Equations*, 1982, Vol. 18, No. 5, pp. 845–865. (in Russian)
75. Shestakov A.A., Polozkov D.P., Gmurman V.E. *Higher mathematics. Study guide for economic specialties*. Moscow, Vysshaya shkola, 1st ed., 1962, 2nd ed., 1963, 3rd ed., 1964. (in Russian)

76. Shestakov A.A., Schennikov V.N. On the asymptotic properties of a non-homogeneous linear differential equation with an unbounded operator in a Banach space, *Bulletin of the University of Mordovia*, 1993, No. 1, pp. 54–55. (in Russian)
77. Shestakov A.A., Stepanov A.N. Index and divergent conditions of stability of a singular point of an autonomous system of differential equations, *Differential Equations*, 1979, Vol. 15, No. 4, pp. 650–661. (in Russian)
78. Stepanov A.N., Shestakov A.A. “On divergent criteria for distinguishing types of singular points”, in: *Some questions of the qualitative theory of differential equations. Collection of scientific papers*. Saransk, Mordovian State University, 1974, pp. 10–17. (in Russian)
79. Svirina Z.S., Teryokhin M.T. “Shestakov Alexander Andreevich”, in: *Encyclopedia “Mathematics of the Ryazan Land”*. Materials and research on the Ryazan regional studies. Vol. 69, Bibliography, Under the general editorship of candidate of pedagogical sciences A.A. Kashaev, compiled by the author of the preface Z.S. Svirina, pp. 349–360. (in Russian)

---

**Дружинина Ольга Валентиновна**, доктор физико-математических наук, профессор; главный научный сотрудник, Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление», Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, Российская академия наук; профессор, кафедра «Транспортное строительство», Российский университет транспорта (МИИТ), ovdruzh@mail.ru

**Druzhinina O.V.**, ScD in Physical and Mathematical Sciences, Professor; Chief Researcher, Federal Research Center “Computer Science and Control”, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences; Professor, Department of Transport Construction, Russian University of Transport RUT (MIIT), ovdruzh@mail.ru

**Масина Ольга Николаевна**, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой математического моделирования и компьютерных технологий, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, olga121@inbox.ru

**Masina O.N.**, ScD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Chairperson of the Department of Mathematical Modeling and Computer Technologies, I.A. Bunin Yelets State University, olga121@inbox.ru

**Мельников Роман Анатольевич**, кандидат педагогических наук, доцент, кафедра математики и методики ее преподавания, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, roman\_elets\_08@mail.ru

**Melnikov R.A.**, PhD in Education, Associate Professor, Associate Professor, Department of Mathematics and its Teaching Methods, I.A. Bunin Yelets State University, roman\_elets\_08@mail.ru