

## О НАПРАВЛЕНИЯХ ДИССЕРТАЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

А.В. Боровских

**Аннотация.** Работа посвящена вопросу актуальных направлений научных исследований в области методики преподавания математики. Дана характеристика современной ситуации в целом, показано, что она требует ревизии всей системы преподавания математики, выделены основные факторы, определяющие направление необходимых изменений (фактическая остановка «инерционной модели» ковидом, постковидная рефлексия и превращение образовательных платформ из «дополнительных» ресурсов современного образования в основные). Очерчено проблемное поле методики преподавания математики (проблема содержания: не столько «что в него включить», сколько «что считать содержанием образования в принципе», проблема подбора и выстраивания учебного материала, организации нужной работы с учебным материалом, выявления и коррекции методических дефектов). Хотя формально все эти проблемы известны давно, в современных условиях их содержание существенно трансформируется, прежде всего, из-за уже необратимого перехода к использованию цифровых технологий. Наконец, в связи с новым содержанием этих проблем перечислен ряд направлений научных исследований, которые необходимы для их решения.

**Ключевые слова:** методика преподавания математики, направления научных исследований, проблемное поле, цифровые технологии.

**Для цитирования:** Боровских А.В. О направлениях диссертационных исследований по методике преподавания математики // Преподаватель XXI век. 2023. № 1. Часть 1. С. 63–70. DOI: 10.31862/2073-9613-2023-1-63-70

63

## DIRECTIONS OF DISSERTATION RESEARCH ON THE METHODOLOGY OF TEACHING MATHEMATICS

A.V. Borovskikh

**Abstract.** The article focuses on the issue of current directions of scientific research in the field of mathematics teaching methodology. A characteristic of the current situation in general is given, it is shown that it requires revision of the entire system of mathematics teaching. The article highlights the main factors determining the direction of necessary changes (the actual stop of the “inertial model” by COVID, post-COVID reflection and the transformation of educational platforms from «additional» resources of modern education to the main ones). The problem field of methods of teaching mathematics is outlined (the problem of content: not so much “what to include in it” as “what to

© Боровских А.В., 2023



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License  
The content is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

*consider as the content of education in principle”, the problem of selecting and building educational material, organizing the necessary work with educational material, identifying and correcting methodological errors). Although formally all these problems have been known for a long time, in modern conditions their content is significantly transformed, primarily due to the irreversible transition to the use of digital technologies. Finally, in connection with the new content of these problems a number of areas of research that are necessary to address are outlined.*

**Keywords:** *mathematics teaching methodology, areas of scientific research, problem field, digital technologies.*

**Cite as:** Borovskikh A.V. Directions of Dissertation Research on the Methodology of Teaching Mathematics. *Prepodavatel XXI vek*. Russian Journal of Education, 2023, No. 1, part 1, pp. 63–70. DOI: 10.31862/2073-9613-2023-1-63-70

### Общая характеристика ситуации

Уже более полувека преподавание математики как в школах, так и в вузах идет по инерционному сценарию. Несмотря на регулярно провозглашаемые радикальные реформы, модернизации, перестройки и совершенствование образования, программы меняются довольно мало, содержание учебников также не испытывает каких-то радикальных изменений. Да и работа учителей остается та же: опрос, новая тема, упражнения на закрепление, домашнее задание. Разве что в какой-то момент потребовали название темы не просто писать, а угадывать из какого-то кроссворда, но потом разрешили этого не делать.

В этой ситуации научные исследования в области методики преподавания математики в основном были сосредоточены на различных частных модификациях процесса обучения, использовании каких-то новых средств обучения (все-таки компьютеры появились, потом интерактивные доски, затем Zoom) и обосновании того, что имеющаяся система обучения полностью (или почти полностью) соответствует очередной новой идеологии (лично-ориентированному или гуманистическому подходу, компетенциям, развитию математической грамотности,

формированию УУД или метапредметных навыков и т. д., и т. п.).

Нет нужды говорить, что в таких условиях научность постепенно вырождалась, границу между значимыми и незначимыми с точки зрения науки модификациями провести невозможно, «обоснования», инициировавшие государственными органами (которые давали Российской академии образования поручения «теоретически обосновать» очередную их административную идею), и вовсе были явной профанацией.

На этом фоне деградации способствовал и распад научной инфраструктуры — системы специализированных научных семинаров, специализированных научных конференций и специализированных научных журналов.

Первый удар по всей этой системе нанес ковид. Массовый переход на дистанционное обучение, с одной стороны, вскрыл ряд фундаментальных проблем (о которых чуть ниже), а с другой — в критической ситуации учителям сказали: «Делайте что хотите, но чтобы дети учились!». И учителя начали думать (вместо привычной адаптации своих действий под очередные «требования»).

Одним из последствий этого «думания», помимо необратимого чисто гуманитарного сдвига (человека, который

начал думать, заставить не думать уже невозможно), стало то, что до сих пор существовало лишь как «экзотика»: систематическое использование дистанционных средств коммуникации и образовательных платформ (не административных с электронными журналами, расписаниями и пр., а содержательных, аккумулирующих те или иные ресурсы — задачные, методические, диагностические и пр.).

Вторым ударом было окончание ковида. Возобновление деятельности, как известно, всегда сопровождается рефлексией, люди начинают задаваться вопросами: «А нужно ли это делать?», «А так ли это нужно делать?», «А как это лучше делать?» и пр. В этой ситуации оказалось, что возврат к исходному состоянию уже невозможен в принципе.

Уже понятно, что образовательные платформы как аккумуляторы учебного и методического материала через несколько лет будут, безусловно, превосходить школьные учебники в силу, как говорится, смены способа производства. Производство школьного учебника (имеется в виду его разработка, а не печать в типографии) — грубо говоря, «мануфактура», т. е. достаточно мелкое по масштабам производство (его делает небольшая команда порядка 10–15 человек) с простейшим разделением труда.

Образовательная платформа — это производство типа «фабрики» со сложным разделением труда и несравненно большими возможностями, поэтому какие бы «косяки» в данный конкретный момент ни обнаруживались бы в продуктах этой «фабрики», она неизбежно побеждает мануфактуру.

Выход на первый план образовательных платформ означает фактически почти полный отказ учителя и от функции трансляции, и от функции рутинного контроля. Платформы имеют возможность

предъявить учащимся существенно более ясные, наглядные, рафинированные, понятные объяснения, чем рядовой учитель, и провести гораздо более объективную и понятную диагностику. И это означает, что учителю надо перестраиваться на совсем другой тип работы.

### Проблемное поле

Перечислим теперь круг проблем, возникающих в связи с имеющейся ситуацией.

Во-первых, это *проблема содержания образования*. Реально действовавшее до сих пор понятие «содержание образования» (сколько бы его не критиковали в педагогической литературе, оно все равно оставалось *действующим*) — это научное содержание. Такое понимание содержания образования было сформировано в послевоенный период и было связано с социально-политической установкой «сделать всех учеными и инженерами» (чтобы за счет научно-технического и, как следствие, военно-технического прогресса добиться доминирующего положения в мире).

Понятно, что ставить эту архаичную, бесперспективную (как показала история) и давно забытую установку в основание фактически заново формируемых платформенных образовательных систем бессмысленно. Более того, рассмотрение даже высшего образования как «подготовку к профессии» сейчас приходится пересматривать, поскольку за 5–6 лет, пока человек получает высшее образование, палитра профессий меняется, если не по названиям, то по содержанию профессиональной деятельности точно.

Что же касается среднего образования, то тут остается единственное разумное основание для выстраивания содержания, о котором говорили давно, но до полноценной реализации дело не доходило. Этим основанием является *развитие* учащихся.

При всей очевидности того, что это освоение нужно ставить во главу, реализация данной идеи имеет два явных препятствия. Во-первых, пока что четко не сформулировано, какую развивающую функцию имеет тот или иной предметный материал (например, математический). А во-вторых, нет достаточно четкого представления о педагогическом проекте развития детей в целом. Он еще просто не построен.

Поэтому, говоря об актуальных научных исследованиях в области методики преподавания математики, необходимо, прежде всего, отметить: а) *исследование развивающей функции того или иного математического материала* (и, соответственно, различных методик его освоения) и б) *возможные общие сценарии развития на базе математики*.

Последнее направление очень важно и с точки зрения оптимизации всего образовательного процесса: не секрет, что мы нередко учим детей не в *зоне ближайшего развития* (где только и может происходить обучение), а или в зоне актуального развития (т. е. учим детей тому, что они давно уже умеют), или в зоне перспективного развития, когда мы «тащим за уши» решение задачи ребенком, доводя его до ответа, не глядя на то, что ребенок ни условия задачи, ни решения, ни того, что означает полученный ответ, не понял. В результате мы имеем огромную трату драгоценного времени впустую, но зато существенно сокращаем и пробегаем легким скетчем то, что дети действительно могут освоить и что может стать надежной базой для дальнейшего образования.

Во-вторых, это *проблема подбора и встраивания учебного материала*. Опять же, в силу прежней конструкции математического образования учебный материал строился в логике предмета, т. е. в логике математики. Кстати говоря, это оказалось

неудачным: освоение материала в этой логике изобилует психологическими препятствиями как связанными с возрастными ограничениями, так и в силу отсутствия должной методической проработки освоения даже не слишком сложных, но нетривиальных вещей (переменной величины, функции, уравнения и неравенства как условия, идеальных геометрических объектов, логики как средства работы в ситуации, где интуиция бессильна и т. п.)

Образовательные платформы, конечно, позволяют собрать все задачи из всех задачников, но если цель образования — не перерешать все задачи, а развитие, то вопрос о том, *какие из этих задач нужно использовать в целях развития и как именно*, требует специальных научных исследований именно в области методики преподавания математики.

В-третьих, это *проблема организации нужной работы с учебным материалом*. Эпоха ковид-дистанта обнаружила факт, который в очном обучении был практически незаметен и как бы некритичен: в обучении две функции — обеспечение мотивации и организация работы с учебным материалом — осуществляются *телом учителя*. Мы не оговорились, речь идет не о пресловутой «личности», а именно о физическом теле учителя, поскольку в дистанте личность учителя никуда не исчезает. Исчезает только «тело», и оказывается, что это играет принципиальную роль.

Данный факт можно было бы отнести к недостаткам дистанта, если бы не то обстоятельство, что «действие своим телом» с общей точки зрения — признак дикости. Рыть землю тоже можно «телом»: руки есть — вот и гребни, но мы почему-то предпочитаем лопату. Использование орудий, позволяющих действовать опосредствованно, считается одним из признаков человеческой культуры. Поэтому вопрос о том, чтобы обеспечивать

мотивацию не «телом учителя», а опосредствованно, с помощью тех или иных средств — это вопрос о педагогической культуре в принципе. Тем более, что он имеет вполне реальное решение на пути геймификации (см., напр., [1]). Но вопрос о мотивации — вопрос общедидактический.

А вот вопрос об организации нужной работы с учебным материалом — чисто методический, а с ним ситуация совершенно аналогична ситуации с мотивацией. Как учитель организует нужную работу ученика? Он *своим глазом* смотрит, что тот делает, *своим пальцем* тычет в тетрадь, показывая, что не так и как надо действовать. А как сделать это опосредованно? В принципе современные компьютерные технологии позволяют осуществлять и контроль, и коррекцию действий ученика в интерактивном режиме. И такие разработки есть, но они носят достаточно частный характер.

Поэтому мы можем выделить еще одно направление разработок и связанных с ними исследований в области методики преподавания математики: *разработку интерактивных средств организации работы учащихся с учебным материалом и исследование дидактических и методических возможностей, предоставляемых этими средствами*. Следует подчеркнуть, что эта организация совсем не обязательно должна быть ориентированной на отдельного учащегося, гораздо более эффективными могут оказаться и групповая работа (и здесь дистанционные средства могут дать гораздо больший простор, чем просто разбиение на группы в рамках аудиторной работы в классе), и формы проектной, исследовательской, творческой деятельности.

В-четвертых, нужно назвать *проблему выявления и коррекции методических дефектов*. Диагностика на базе образова-

тельных платформ (см., напр., [2]) позволяет получить статистические результаты на масштабных выборках (несоизмеримых с диагностикой в каком-то классе, школе или даже нескольких школах), которые позволяют обнаруживать *неслучайные* неверные ответы. Эта неслучайность ставит вопрос о причинах, и причины эти можно искать только в методике. Один и тот же неверный ответ, который дают тысячи школьников, не может быть ни результатом списывания у соседа, ни результатом описки, ни результатом даже каких-то дефектов в работе конкретного учителя.

Поэтому мы можем назвать еще одно направление научных исследований в области методики преподавания математики: *разработку на базе образовательных платформ диагностики выявления систематических методических дефектов в обучении математике и их исправление*.

Сформулированные выше проблемы касались в основном общего образования. Отметим еще две, связанные с профессиональным. Они тоже актуализировались на фоне ковид-дистанта, хотя причиной их актуализации стал не сам дистант, а уже упомянутые нами выше рефлексивные процессы, связанные с восстановлением образовательного процесса после дистанта.

Здесь, во-первых, следует подчеркнуть *проблему математического образования для нематематиков*. Традиционно математику нематематикам (естественно-научным специальностям, инженерам, гуманитариям) читают математики, и, как правило, это выглядит как «урезанный» и «утрамбованный» в нужное количество часов курс математического факультета. В [3] мы показали, что такое положение вещей неизбежно, хотя и абсурдно, поскольку профессиональная деятельность математика направлена на исследование

границ различных способов применения тех или иных математических мыслительных средств (и именно поэтому математика у математика представляет собой строгую логическую систему: в пограничных ситуациях интуиция отказывает, и никакой другой опоры, кроме строгой логики, не остается). А профессионалы других специальностей лишь используют эти средства теми или иными известными и отлаженными способами. Вопрос о границах они не исследуют никогда, знание границ им нужно только как факт, многие из границ находятся далеко за рамками их профессиональных ситуаций, поэтому все эти «математические экзотики» им совершенно не нужны.

В упомянутой выше работе [3] мы наметили некоторую программу разработки курсов математики для нематематиков, в которой тоже есть существенная исследовательская часть. Она состоит, во-первых, в выяснении способов использования тех или иных математических мыслительных средств в той или иной науке, во-вторых, в выделении развивающей функции математики, т. е. выяснении того, формирование каких профессионально значимых качеств обеспечивается изучением математики, и в-третьих, исследовании того, как методически обеспечить введение математических мыслительных средств и способов их использования без нудного изучения многочисленных теорем, имеющих ценность только для профессионального математика.

Вторая проблема — это уже *проблема профессионального математического образования*. Мало кто из студентов, поступающих на математический факультет университета, понимает, что профессиональная математика не имеет никакого отношения к школьной, прежде всего, потому, что в школьной математике мы имеем дело с задачами, не только имеющими

решения, но и про них известно, как их решать. Профессиональный математик имеет дело с задачами, про которые неизвестно, имеют ли они решение, а если имеют, то как их решить. Столкнувшись с такой проблематикой студенты оказываются зачастую не готовы к такой «смене парадигмы», и поэтому для большинства из них дальнейшее обучение превращается в «дотянуть до диплома». В результате огромные затраты и средств, и труда уходят впустую: вместо математиков мы выпускаем «людей с дипломом». Помимо общих вопросов о том, сколько нужно в принципе готовить математиков и какова должна быть их квалификация, в этой проблеме есть и определенный круг вопросов, касающихся исследования в области методики преподавания математики: *как обеспечить студенту адаптацию к профессиональной позиции математика и какими мыслительными средствами он должен быть оснащен для того, чтобы быть способным решать именно профессиональные задачи в области математики* (а не пересказывать содержание теорем из курса матанализа). Думаю, этот круг вопросов наименее сложен, здесь гораздо больше того, что мы совершенно не понимаем, и гораздо меньше того, что мы понимаем в сравнении с другими вопросами, которые мы здесь поднимали.

### Резюме

Таким образом, мы сформулировали ряд принципиальных направлений, в которых в современной ситуации необходимо проведение исследований в области методики преподавания математики:

- *исследование развивающей функции того или иного математического материала и различных методик его освоения;*
- *разработка и исследование возможных общих сценариев развития на базе математики в рамках общего образования;*

- выделение предметного материала и методики его использования, наиболее подходящих для задач развития;

- разработка интерактивных средств организации работы учащихся с учебным материалом и исследование дидактических и методических возможностей, предоставляемых этими средствами;

- разработка на базе образовательных платформ диагностики выявления систематических методических дефектов в обучении математике и их исправление;

- исследование развивающей функции математики в рамках профессионального образования различного профиля;

- разработка методик введения математических мыслительных средств и способов их использования в профессиональном образовании нематематиков и исследование развивающих возможностей различных методик;

- разработка и исследование методик адаптации студента-математика к профессиональной позиции и кругу профессиональных задач и методик оснащения его мыслительными и психическими средствами для решения профессиональных задач в области математики.

Подчеркнем, что в приведенном списке мы остановились только на тематике научных исследований в области методики преподавания математики, оставив в стороне общедидактические и общепедагогические вопросы: лишь упомянули о проблеме образовательной мотивации, никак не обсуждали вопросы воспитания и личностного развития. Отдельная проблема в сложившейся ситуации — изменение функций учителя: какие задачи он себе ставит, какие средства есть у него для решения этих задач, как оценивать результаты его деятельности (хотя бы в рамках самооценки).

Еще один чрезвычайно актуальный вопрос, также относящийся не столько к

методике преподавания математики, сколько к педагогической психологии, — вопрос о тренировке базовых психических функций. Современные цифровые технологии заменяют нам память, управляют нашим вниманием, помогают осуществить выбор и фактически начинают замещать базовые психические функции, которые, оказываясь все менее востребованными, начинают деградировать. В современной педагогической литературе это обычно преподносится как катастрофа и аргумент против цифровых технологий.

Однако это, конечно, совершенно неразумная позиция, что показывает следующая аналогия. Да, на работу мы ходим не пешком, а предпочитаем ездить на автобусе и на метро. Да, это резко снижает двигательную активность (по сравнению с той, которая для нашего организма естественна). Но это же не причина говорить, что метро и автобусы вредны, и отказываться от них? Отнюдь. Мы прекрасно пользуемся всеми транспортными средствами, а для того, чтобы поддерживать свое физическое состояние в норме, бегаем по утрам и ходим в тренажерный зал. И это нормально.

Почему же, спрашивается, мы должны отказываться от гаджетов только потому, что они облегчают нашу жизнь? Думаю, приведенной аналогии достаточно, чтобы сделать очевидным совсем другой подход. Нужно не отказываться от гаджетов, а разработать некую систему «психической гигиены», т. е. *специальной* тренировки памяти, воображения, выбора, внимания, нацеленной на поддержание этих функций на должном уровне. Вот разработка и исследование различных методик такой тренировки и обучение им, начиная уже с начальной школы, — очень важная задача для современного образования.

**СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Боровских, А.В.* Проблема геймификации в образовании // Педагогика. 2021. Т. 85. № 8. С. 48–57.
2. *Москаленко, О.Б.* Проблема систематических ошибок в освоении темы «Площадь» по результатам мониторинга на платформе «Учи.ру» // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. № 2 (26). С. 31–41.
3. *Боровских, А.В.* О содержании математического образования. Математика для не-математиков // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. № 4(28). С. 51–65.

**REFERENCES**

1. Borovskikh, A.V. Problema gejmfikacii v obrazovanii [The Problem of Gamification in Education], *Pedagogika* = Pedagogy, 2021, vol. 85, No. 8, pp. 48–57. (in Russ.)
2. Moskalenko, O.B. Problema sistematicheskikh oshibok v osvoenii temy “Ploshchad” po rezultatam monitoringa na platforme “Uchi.ru” [The Problem of Systematic Errors in the Development of the Topic “Area” Based on the Results of Monitoring on the “Uchi.ru” Platform], *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie* = Continuum. Mathematics. Computer Science. Education, 2022, No. 2 (26), pp. 31–41. (in Russ.)
3. Borovskikh, A.V. O sodержanii matematicheskogo obrazovaniya. Matematika dlya ne-matematikov [On the Content of Mathematical Education. Mathematics for Non-Mathematicians], *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie* = Continuum. Mathematics. Computer Science. Education. 2022. No. 4(28). P. 51–65. (in Russ.)

---

**Боровских Алексей Владиславович**, доктор физико-математических наук, доцент, профессор, кафедра дифференциальных уравнений, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, bor.bor@mail.ru

**70** **Aleksey V. Borovskikh**, ScD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Professor, Differential Equations Department, Lomonosov Moscow State University, bor.bor@mail.ru

*Статья поступила в редакцию 28.12.2022. Принята к публикации 27.01.2023*

*The paper was submitted 28.12.2022. Accepted for publication 27.01.2023*